МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

МОСКОВСКИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Б.В. Ермаков, О.И. Коваль, И.В. Корецкая, В.Ф. Кубарев

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Сборник задач

Учебное пособие
по курсу «Физика»
для студентов, обучающихся по направлениям
«Электроника и микроэлектроника», «Радиотехника»,
«Информатика и вычислительная техника»,
«Прикладная математика и информатика»,
«Электротехника, электромеханика и электротехнологии»,
«Электроэнергетика», «Менеджмент»,
«Вычислительные машины, сети и системы»

Москва Издательство МЭИ 2006

УДК
531
Е721

Утверждено учебным управлением МЭИ в качестве учебного пособия для студентов

Подготовлено на кафедре физики им. В.А. Фабриканта МЭИ (ТУ)

Рецензенты:
канд. физ.-мат. наук А.К. Нарышкин
канд. техн. наук

Ермаков Б.В.
МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА.
Сборник задач: Учеб. пособие по курсу «Физика» / Б.В. Ермаков, О.И. Коваль, И.В. Корецкая, В.Ф. Кубарев; Под ред. В.Ф. Кубарева. — М.: Издательство МЭИ, 2006. — с.

Для студентов первого курса институтов ИРЭ, АВТИ, ИЭТ, ИЭЭ, «МЭИ-ФЕСТО», обучающихся по направлениям «Электроника и микроэлектроника», «Радиотехника», «Информатика и вычислительная техника», «Прикладная математика и информатика», «Электротехника, электромеханика и электротехнология», «Электроэнергетика», «Менеджмент».

В основу сборника задач положен сборник задач по разделам: механика и молекулярная физика, изданный в 1988 г. коллективом авторов преподавателей кафедры физики им. В.А. Фабриканта. Авторы настоящего издания выражают им искреннюю признательность и благодарность.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящий сборник задач является существенно переработанным изданием кафедрального задачника по физике под редакцией М.П. Барто 1988 года издания. Изменен набор задач практически во всех разделах. Несколько изменен порядок следования материала. Так динамика твердого тела идет вслед за динамикой материальной точки. Соответственно законы сохранения, как для материальной точки, так и для твердого тела выделены в отдельный блок. По сравнению с предыдущим изданием, в первой части задачника усилены разделы кинематики, динамики твердого тела, а также раздел, связанный с законом сохранения момента импульса. Во второй части задачника большее внимание уделено таким темам, как молекулярно кинетическая теория идеального газа, распределение Максвелла по скоростям, теплоемкость газов, расчет к.п.д. циклов и понятию энтропии. В каждом разделе имеются задачи разной степени сложности. В целом же подбор задач соответствует учебному плану курса физики МЭИ.

В данном издании отсутствуют методические указания по решению задач. При необходимости, авторы предлагают воспользоваться книгой Е.М. Новодворской и Э.М. Дмитриева «Методика проведения упражнений по физике во втузе», которая целиком посвящена методике решения задач.

В подготовке настоящего издания участвовали Ермаков Б.В., Коваль О.И., Корецкая И.В., Кубарев В.Ф.

Настоящее учебное пособие содержит набор задач по всем разделам учебного плана курса физики МЭИ по «Механике» и «Молекулярной физике и термодинамике». В каждом разделе подобраны задачи различной степени трудности. Все они снабжены ответами и, при необходимости, краткими указаниями по их решению. В задачнике используется в основном система СИ.

Пособие предназначено для студентов всех специальностей АВТИ, ИЭЭ, ИРЭ, ИЭТ.

М Е Х А Н И К А

1. КИНЕМАТИКА

1.1. Вектор $\vec{\upsilon}$ изменил направление на обратное. Найти: $\Delta\vec{\upsilon}$, $|\Delta\vec{\upsilon}|$, $\Delta\upsilon$.

1.2. Радиус-вектор точки ($\vec{r}$) изменяется: а) только по модулю; б) только по направлению. Что можно сказать о траектории движения точки?

1.3. Начальное значение скорости равно $\vec{\upsilon}_1 = 1\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$ (м/с), конечное $\vec{\upsilon}_2 = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k}$ (м/с). Найти: а) приращение вектора скорости $\Delta\vec{\upsilon}$, б) модуль приращения вектора скорости $|\Delta\vec{\upsilon}|$, в) приращение модуля скорости $\Delta\upsilon$.

1.4. Постоянный по модулю вектор скорости $\vec{\upsilon}$, равномерно поворачиваясь против часовой стрелки в плоскости (x, y), переходит за некоторое время из положения, когда он параллелен оси X, в положение, когда он параллелен оси Y. Какова траектория частицы, движущейся с этой скоростью? Найти среднее за это время значение вектора скорости $\vec{\upsilon}$, т.е. $\langle\vec{\upsilon}\rangle$ и модуль этого среднего значения, т.е. $|\langle\vec{\upsilon}\rangle|$.

Указание. $\langle\vec{\upsilon}\rangle = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\vec{\upsilon}_i$.

1.5. Радиус-вектор частицы изменяется со временем по закону: $\vec{r} = 3t^2\vec{i} + 2t\vec{j} + 1\vec{k}$ (м). Найти: а) скорость $\vec{\upsilon}$ и ускорение частицы $\vec{a}$; б) модуль скорости $|\vec{\upsilon}|$ и модуль ускорения $|\vec{a}|$.

1.6. Кинематический закон движения частицы в плоскости (x, y) имеет вид: $\begin{cases} x = Bt \\ y = C \end{cases}$, где B и C >0.

Какова траектория движения тела? Чему равна скорость движения?

1.7. Кинематический закон движения частицы в плоскости (x, y) имеет вид: $\begin{cases} x = Bt - At^2 \\ y = C \end{cases}$, где A, B, C >0.

Какова траектория движения тела? Чему равны скорость движения и ускорение тела? Какой путь пройдет частица с момента $t_1 = 0$ с до момента $t_2 = B/A$ с.

1.8. Кинематический закон движения частицы в плоскости (x, y) имеет вид: $\begin{cases} x = Bt - At^2 \\ y = Dt \end{cases}$, где A, B, D >0.

Какова траектория движения тела? Чему равны скорость движения и ускорение тела?

1.9. Кинематический закон движения частицы в плоскости (x, y) имеет вид: $\begin{cases} x = R\cos\omega t \\ y = R\sin\omega t \end{cases}$, где R и ω >0.

Какова траектория движения тела? Чему равен модуль скорости тела и модуль его ускорения?

1.10. Зная уравнение движения материальной точки, записанное в СИ: $x = \frac{t^3}{3} + 2t + 8$, найти скорость и ускорение через время t = 3 с после начала движения. Построить графики пути, скорости и ускорения в зависимости от времени.

1.11. Над колодцем глубиной $h = 10$ м бросают вертикально вверх камень с начальной скоростью $\upsilon_0 = 5$ м/с. Через сколько времени и с какой скоростью камень достигнет дна колодца?

1.12. Камень бросают вертикально вверх со скоростью $\upsilon_0 = 20$ м/с. Через $\tau = 1$ с с той же скоростью бросают второй камень. Через какое время от начала подъема первого камня и на какой высоте камни столкнутся?

1.13. По наклонной плоскости пустили снизу вверх шарик. На расстоянии $\ell = 30$ см от начала пути шарик побывал дважды: через $\tau_1 = 1$ с и через $\tau_2 = 2$ с после начала движения. Определите начальную скорость и ускорение шарика, считая его постоянным.

1.14. Частица движется вдоль оси X. Уравнение движение частицы имеет вид $x = \alpha t(t_0 - t)$, где α и t_0 – заданные константы. Найдите путь, пройденный частицей за время от $t_1 = 0$ до $t_2 = t_0$.

1.15. Зависимость модуля скорости частицы υ от пройденного ею пути s определяется формулой $\upsilon(s) = \upsilon_0 - bs$. Найти: а) зависимость пути s от времени t; б) зависимость скорости υ от времени t.

1.16. Материальная точка движется вдоль оси X с ускорением $a(x) = cx$, где $c = 4$ с$^{-2}$. Начальная скорость частицы равна нулю при x = 0. Найти зависимость скорости частицы от координаты x. Чему равна ее скорость в точке с координатой x = 3 м?

1.17. Тело брошено с высоты $H = 25$ м горизонтально со скоростью $\upsilon_0 = 25$ м/с. Напишите кинематические законы движения тела вдоль горизонтальной оси X и вертикальной оси Y. Найдите уравнение траектории тела. Найдите время полета тела $t_п$ и дальность L. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.18. Тело брошено с Земли со скоростью υ_0 под углом α к горизонту. 1) Выбрав начало координат в месте бросания, напишите законы движения тела вдоль осей X и Y. 2) Докажите, что тело движется по параболической траектории. 3) Найдите время полета тела. 4) Определите радиус кривизны траектории в наивысшей точке полета.

1.19. Снаряд вылетел из орудия под некоторым углом к горизонту. Уравнение траектории снаряда имеет вид $y = -cx^2 + x$, где c – известная положительная постоянная. Определите дальность полета снаряда и угол к горизонту, под которым он вылетел из орудия.

1.20. Тело брошено с башни высотой H со скоростью υ_0, направленной вверх под углом α к горизонту. Поместив начало системы координат у основания башни, запишите законы движения тела вдоль осей X и Y. Получите уравнение траектории тела. Найдите расстояние по горизонтали, которое пролетит тело. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.21. Два камня бросили одновременно со скоростями υ_1 и υ_2 с поверхности Земли и с крыши дома. С крыши камень бросили горизонтально, а с поверхности Земли вертикально вверх. Камни в воздухе столкнулись. Определите высоту дома H и высоту точки h, где столкнулись камни. Расстояние по горизонтали от дома до места, откуда бросили камень вертикально вверх, равно S.

1.22. Тело брошено со скоростью $\upsilon_1 = 10$ м/с под углом $\alpha_1 = 60°$ к горизонту. Найдите радиус кривизны траектории этого тела, а также тангенциальное и нормальное ускорение в тот момент, когда его скорость составляет с горизонтом угол $\alpha_2 = 30°$.

1.23. Линейная скорость точек на краю вращающегося диска $\upsilon_1 = 3$ м/с. Точки, расположенные на $\ell = 10$ см ближе к оси, имеют линейную скорость $\upsilon_2 = 2$ м/с. Какова частота вращения диска?

1.24. На горизонтальном валу, совершающем вращение с частотой $\nu = 200$ об/с, на расстоянии $\ell = 20$ см друг от друга закреплены два тонких диска. Для определения скорости полета пули произведен выстрел так, что пуля пробивает оба диска на одинаковом расстоянии от оси вращения. Определите среднюю горизонтальную скорость пули при движении ее между дисками, если угловое смещение пробоин $\alpha = 18°$.

1.25. Диск вращается так, что зависимость угла поворота диска от времени определяется уравнением $\varphi = B \cdot t + C \cdot t^3$, где $B = 2$ рад/с, $C = -1$ рад/с^3. Найдите начальную угловую скорость ω_0, а также угловую скорость и угловое ускорение спустя $t_1 = 2$ с после начала движения.

2. ДИНАМИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

2.1. Сила – есть мера взаимодействия данного тела с другими физическими объектами. (Такое взаимодействие может осуществляться как при непосредственном контакте, так и посредством полей.) Нарисуйте векторы сил (но не составляющие сил), действующих на тела, представленные на рис. 2.1.

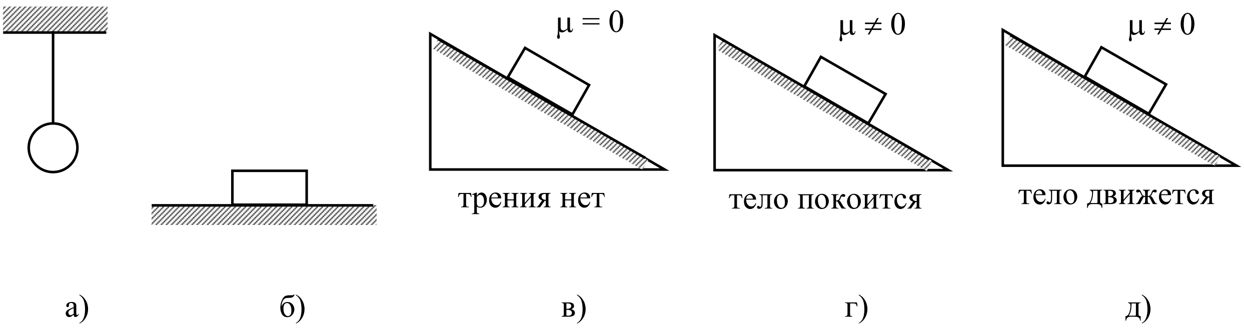


Рис. 2.1.

2.2. К телу массой m приложена сила $\vec{F}$. Закон движения тела имеет вид $\vec{r} = bt\vec{i} + ct^2\vec{j}$. Определите силу $\vec{F}$, действующую на тело.

2.3. Скорость частицы массы m зависит от времени по закону $\vec{\upsilon}(t) = at\vec{i} + bt^2\vec{j} + c\vec{k}$, где a, b, c – заданные константы. Определите силу $\vec{F}$, действующую на частицу, а также угол, который образует вектор $\vec{F}$ с горизонтом, если векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$ лежат в горизонтальной плоскости.

2.4. К телу массы m приложена сила $\vec{F}$. Закон движения тела, движущегося под действием этой силы, имеет вид $\vec{r} = a\cos\omega t \cdot \vec{i} + a\sin\omega t \cdot \vec{j}$. Определите модуль силы F.

2.5. Падающий вертикально шарик массой $m = 0{,}2$ кг ударился о пол имея скорость $\upsilon = 5$ м/с, и подпрыгнул на высоту $h = 0{,}4$ м. Найдите среднюю силу, действующую со стороны пола на шарик, если длительность удара $\tau = 0{,}01$ с.

2.6. Пуля, обладающая скоростью υ = 300 м/с, пробивает доску толщиной d = 3 см и уменьшает при этом свою скорость вдвое. Найти среднюю силу сопротивления движению пули внутри доски. Масса пули $m = 8$ г.

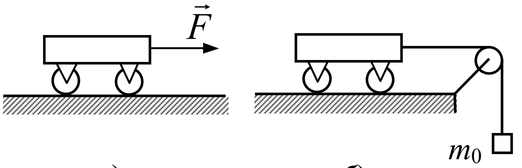
2.7. Горизонтальная струя воды поперечного сечения S = 4 см^2 бьет со скоростью υ = 5 м/с в вертикальную стену и свободно стекает по ней вниз. Найти горизонтальную силу, с которой струя действует на стену.

2.8. Определить силу давления, действующую на основание водопада высотой h, если плотность воды ρ, а сечение струи водопада – S.

2.9. Свернувшаяся в кольцо змея длиной ℓ начинает равномерно со скоростью υ поднимать вертикально вверх голову. Найдите массу m змеи, если в произвольный момент времени t во время подъема на змею действует реакция опоры N.

2.10. Упругий шероховатый брусок ударяется о вертикальную поверхность. При каком минимальном коэффициенте трения μ между бруском и поверхностью брусок отскочит перпендикулярно поверхности, если подлетает к ней под углом α? Силой тяжести пренебречь.

2.11. Тележка массой m = 10 кг может без трения двигаться по горизонтальным рельсам. Найти ускорение тележки в двух случаях: а) если тянуть ее с горизонтальной силой F = 10 Н; б) если приводить ее в движение гирей массой m_0 = 1 кг, как показано на рис. 2.2, *а*, *б*. Чему равно натяжение нити в каждом из этих случаев?



а) *б*)

Рис. 2.2

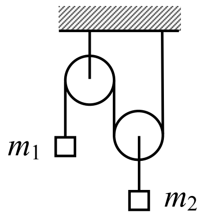


Рис. 2.3

2.12. Два груза с массами m_1 = 5,0 кг и m_2 = 3,0 кг находятся на горизонтальной гладкой плоскости. Грузы соединены горизонтально расположенным шнуром. К грузам приложены направленные вдоль шнура в противоположные стороны силы F_1 = 50 Н и F_2 = 30 Н. Найти натяжение шнура. Изменится ли натяжение шнура, если большая сила будет приложена не к телу с большей массой, а к телу с меньшей массой?

2.13. Однородный стержень длиной L лежит на гладком столе. На стержень действуют силы F_1 и $F_2 < F_1$, приложенные к его концам и направленные в разные стороны. С какой силой F растянут стержень в сечении, находящемся на расстоянии $\ell < L$ от конца стержня, к которому приложена сила F_1?

2.14. На горизонтальном гладком столе лежат три груза с массами m_1 = 5 кг, m_2 = 3 кг и m_3 = 1 кг, соединенных одинаковыми тонкими нитями. Каждая нить выдерживает нагрузку не более T = 80 Н. С какой силой надо потянуть горизонтально груз m_3, чтобы одна нить оборвалась? Какая именно нить оборвется?

2.15. Человек массой m = 70 кг находится в лифте. Найти силу, с которой человек давит на пол кабины лифта, когда лифт при подъеме движется замедленно с ускорением a = 20 см/с^2 и когда опускается замедленно с таким же ускорением.

2.16. Платформа опускается вниз по вертикали с ускорением a = 4 м/с^2, на платформе помещен цилиндр массой m = 10 кг. С какой силой цилиндр давит на платформу во время движения?

2.17. Веревка выдерживает груз массой m_1 = 90 кг при вертикальном подъеме с некоторым ускорением и груз массой m_2 = 110 кг при опускании с таким же по модулю ускорением. Какой груз можно поднимать этой веревкой равномерно?

2.18. Тело находится на плоскости, угол наклона которой может изменяться от 0 до 90°. Постройте график зависимости силы терния тела о плоскость от угла наклона плоскости к горизонту. Коэффициент трения тела о плоскость μ, масса тела m.

2.19. Два тела положили на наклонную плоскость (α = 37°). Найти ускорения тел, если коэффициенты трения для них соответственно равны μ_1 = 0,2, μ_2 = 0,8.

2.20. Груз массой m = 100 кг перемещают равномерно по горизонтальной поверхности, приложив силу, направленную под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Найти величину этой силы, если коэффициент трения μ при движении груза по плоскости равен 0,3.

2.21. Тело массой m лежит на горизонтальном столе. На тело начинает действовать горизонтальная сила F, модуль которой линейно зависит от времени: $F = c \cdot t$, где $c = \text{const}$. Постройте график зависимости модуля силы трения от времени, если коэффициент трения равен μ.

2.22. Тело массой m = 10 кг лежит на шероховатом горизонтальном столе. Коэффициент трения между телом и столом $\mu = 1{,}5$ На тело начинает действовать сила под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Модуль силы меняется по закону $F = b \cdot t$, где $b = 0{,}5$ Н/с. Через какой промежуток времени после начала действия силы тело начнет движение?

2.23. На тело массой m, лежащее на горизонтальной плоскости, в момент времени $t = 0$ начинает действовать сила F, зависящая от времени по закону $F = b \cdot t$, где $b = \text{const}$. Направление силы все время составляет угол α с горизонтом. Найти скорость тела в момент его отрыва от плоскости.

2.24. На верхнем краю гладкой наклонной плоскости укреплен легкий блок, через который перекинута нить. На одном ее конце привязан груз с массой m_1 = 0,2 кг, лежащий на наклонной плоскости. На другом конце висит груз с массой m_2 = 1,0 кг. С каким ускорением a движутся грузы и каково натяжение T нити? Наклонная плоскость образует с горизонтом угол α = 30°.

Указание. Для висящего груза m_2 координатную ось удобно направить вертикально вниз, а для груза m_1 используются две оси, направленные вдоль и перпендикулярно наклонной плоскости.

2.25. Решить задачу 2.24 при условии, что коэффициент трения между грузом m_1 и наклонной плоскостью $\mu = 0{,}1$.

2.26. Трехгранная прямоугольная призма положена своей большой гранью на горизонтальный пол. Через блок, укрепленный в верхнем ребре призмы, перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы массами m_1 = 3,0 кг и m_2 = 5,0 кг. Грузы лежат на совершенно гладких гранях призмы, наклоненных к горизонту под углами $\alpha_1 = 60°$ и $\alpha_2 = 30°$. Найти натяжение нити при движении грузов.

2.27. Груз находится на наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом. К грузу приложена сила $\vec{F}$, направленная горизонтально в сторону наклонной плоскости. Коэффициент трения груза о плоскость равен μ. Определите массу груза, если он перемещается равномерно вниз по плоскости.

2.28. Наклонная плоскость с углом наклона α, изображенная на рис. 2.1, *д*, движется вправо с ускорением *a*. При каком минимальном ускорении тело, лежащее на наклонной плоскости, начнет подниматься? Коэффициент трения между телом и плоскостью равен μ.

2.29. Тележка массой m_1 = 20 кг может передвигаться без трения по горизонтальной плоскости. На тележке лежит прямоугольный брусок массой m_2 = 5,0 кг. Коэффициент трения между поверхностями бруска и тележки μ = 0,2. Какую минимальную горизонтальную силу нужно приложить к бруску, чтобы он начал скользить по поверхности тележки?

2.30. На гладкой горизонтальной плоскости лежит доска массой m_1, а на ней брусок массой m_2. К бруску приложена горизонтальная сила, увеличивающаяся со временем по закону $F = b \cdot t$, где b – заданная постоянная. Найти зависимость ускорений доски и бруска от времени, если коэффициент трения между поверхностями бруска и доски равен μ. Нарисовать график зависимости ускорений a_1 и a_2 от времени.

Указание. См задачу 2.29.

2.31. Гимнаст падает с высоты $H = 12$ м на упругую сетку. Прогиб сетки под действием веса гимнаста $x_0 = 1$ м. Найти отношение максимальной силы, действующей на гимнаста со стороны сетки, к его весу.

2.32. Два одинаковых груза, массой *m* каждый, лежат на гладком столе, связанные пружиной жесткости *k*. К одному из грузов приложена сила *F*, направленная вдоль оси системы. Чему равно удлинение пружины при движении грузов?

2.33. На гладком горизонтальном столе лежит резиновый жгут жесткости *k*. К концу жгута, вдоль него, приложена сила *F*, под действием которой он движется с ускорением в горизонтальном направлении. Чему равно полное удлинение жгута?

Указание. См задачу 2.32. Резиновый жгут можно представить как систему грузиков массой Δm_i связанных невесомыми пружинами.

2.34. По гладкому горизонтальному столу со скоростью υ движется тележка массой m_1. На тележке лежит брусок массой m_2. Коэффициент трения между поверхностями бруска и тележки равен μ. К торцу тележки прикреплена пружина жесткости *k*. Тележка наезжает на вертикальную стену, упираясь пружиной. При каком минимальном значении коэффициента упругости *k* брусок начнет скользить по тележке?

2.35. Через блок перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы с массами m_1 = 1000 г и m_2 = 1100 г. Определить ускорения грузов и натяжение нити.

2.36. Найти ускорения a_1 и a_2 масс m_1 и m_2 и натяжение нити T в системе, изображенной на рис. 2.3. Массой блоков и нитей пренебречь.

2.37. Через неподвижный блок перекинута нить, на одном конце которой подвешен груз m_3 = 3 кг, а на другом конце – второй блок. Через этот второй блок в свою очередь перекинута нить, на концах которой подвешены грузы m_1 = 1 кг и m_2 = 2 кг. Найти, с каким ускорением будет опускаться груз m_3, если всю систему трех грузов предоставить самой себе. Массу блоков и нитей не принимать во внимание. Нити нерастяжимы.

2.38. Через блок перекинута нить, к концам которой подвешены грузы с массами m_1 = 198 г и m_2 = 202 г. Найти ускорение центра масс этих грузов во время их движения.

2.39. К стоящей на горизонтальной плоскости тележке прикреплена подставка с подвешенным к ней на легкой нити металлическим шариком. Найти, какой угол будет составлять направление нити с вертикалью и каково будет ее натяжение, если тележка движется: 1) равномерно и 2) равноускоренно с ускорением a.

2.40. На горизонтальной поверхности находится призма (клин) массой m_1 с углом α и на ней брусок массой m. Пренебрегая трением между всеми поверхностями соприкосновения тел, найти ускорение призмы.

2.41. Материальная точка массой m движется вдоль оси X под действием тормозящей силы F, пропорциональной скорости $F_x = -\beta\upsilon$, где β – заданная константа. Найти закон движения этой точки $x(t)$, если она начинает свое движение из начала координат ($x(0) = 0$) с начальной скоростью υ_0 ($\dot{x}(0) = \upsilon_0$). Постройте график зависимости $x(t)$.

2.42. Материальная точка массой m движется вдоль оси X под действием ускоряющей силы, пропорциональной скорости $F_x = \beta\upsilon$, где β – заданная константа. Найти закон движения этой точки $x(t)$, если она начинает свое движение из точки с координатой x_0 с начальной скоростью υ_0, равной нулю.

2.43. На тело массой m, падающее в поле силы тяжести, действует сила сопротивления воздуха $\vec{F} = -\beta\vec{\upsilon}$, где $\vec{\upsilon}$ – скорость тела. Найти зависимость скорости тела от времени, если в момент времени $t = 0$ скорость $\upsilon = 0$.

2.44. Через круглую балку (бревно) переброшен канат, к концам которого приложены некие силы F_1 и F_2. Канат скользит по балке. Определить связь между силами натяжений концов каната T_1 и T_2, если угол обхвата балки канатом равен α, а коэффициент трения между балкой и канатом равен μ.

2.45. Через круглую балку переброшен канат, к концам которого подвешены грузы массой m_1 и m_2. Канат скользит по балке. Определить ускорения грузов, если коэффициент трения между балкой и канатом равен μ. Канат нерастяжим, его массой можно пренебречь.

Указание. См. ответ к задаче 2.44.

3. ДИНАМИКА ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ ПО ОКРУЖНОСТИ

3.1. С какой начальной горизонтальной скоростью должен вылететь снаряд из орудия, чтобы он облетел Землю параллельно ее поверхности (первая космическая скорость) при отсутствии трения о воздух? Радиус Земли R принять равным 6370 км.

3.2. Пусть Земля начала вращаться настолько быстро, что тела, находящиеся на экваторе, стали невесомыми. Найдите в этом случае продолжительность суток. Радиус Земли R = 6400 км.

3.3. Найдите минимальный период обращения спутника планеты, имеющей плотность $\rho = 3 \cdot 10^3$ кг/м^3. Гравитационная постоянная $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2 / кг^2.

3.4. Две звезды, суммарная масса которых равна M, находятся на расстоянии L. Найдите период обращения этих звезд относительно общего центра вращения. Гравитационная постоянная G.

3.5. На горизонтальной вращающейся платформе на расстоянии $R = 0{,}1$ м от вертикальной оси вращения лежит груз. Коэффициент трения между грузом и платформой $\mu = 0{,}05$. При какой минимальной частоте вращения ν_1 груз начинает скользить? Найдите силу трения при частоте $\nu_2 = \nu_1 / 2$, если масса груза $m = 1$ кг.

3.6. Шарик массой m, прикрепленный к резиновому шнуру, движется по окружности, скользя по гладкой горизонтальной плоскости. Период обращения шарика равен T. Найдите радиус окружности, по которой будет двигаться шарик, если жесткость шнура k, а длина нерастянутого шнура равна ℓ_0. При какой угловой скорости вращения процесс растяжения шнура станет «неуправляемым»?

3.7. Резиновый жгут массой m сделан в виде тонкого круглого кольца радиусом R_0. Жгут раскрутили относительно оси симметрии кольца до угловой скорости ω и положили плашмя на гладкий горизонтальный стол. Найдите радиус R жгута, если его жесткость k.

3.8. Груз массой m подвешен на нити длиной ℓ и колеблется, отклоняясь на угол α в одну и другую стороны. а) Найдите натяжение нити в крайних положениях и в среднем, т.е. при прохождении положения равновесия. б) При отклонении на какой угол α_1 натяжение нити в среднем положении вдвое больше силы тяжести груза? в) При каком угле α_2 полное ускорение груза в крайнем положении $|\vec{a}_2|$ равно полному ускорению в среднем положении $|\vec{a}_0|$?

3.9. Грузик висит на нити длиной ℓ. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить грузику, чтобы он описал окружность радиуса ℓ в вертикальной плоскости? Как изменится ответ, если груз висит на невесомом стержне длиной ℓ?

3.10. Небольшой шарик массы m, подвешенный на нити, отвели в сторону так, что нить образовала прямой угол с вертикалью, а затем отпустили. Найти угол α между нитью и вертикалью в момент, когда вектор полного ускорения шарика направлен горизонтально.

3.11. Грузик привязан к нити, другой конец которой прикреплен к потолку. Вследствие толчка грузик движется по окружности, плоскость которой отстоит от потолка на расстоянии h = 98 см. Какова угловая скорость грузика?

3.12. Решить задачу 3.11 при условии, что вся система находится в лифте, который поднимается равноускоренно с ускорением a = 2 м/с^2.

3.13. С какой максимальной скоростью по горизонтальной плоскости должен ехать велосипедист, описывая дугу радиусом R = 50 м, если коэффициент трения колес о почву μ = 0,4? На какой угол α от вертикали отклонится при этом велосипедист?

3.14. В цирковом аттракционе мотоциклист движется по внутренней поверхности вертикального цилиндра радиуса R = 10,6 м по горизонтальному кругу. Какова должна быть минимальная скорость мотоциклиста и его угол наклона к горизонту α_0, если коэффициент трения шин о стенку μ = 0,4? Под каким углом α_1 к горизонту наклонен мотоциклист, если его скорость υ_1 = 20 м/с?

3.15. Цилиндрический сосуд с жидкостью вращается с частотой $\nu = 2\,\text{с}^{-1}$ вокруг оси симметрии. Поверхность жидкости имеет вид воронки. Чему равен угол α наклона поверхности жидкости к плоскости горизонта в точках, лежащих на расстоянии $r = 5\,\text{см}$ от оси?

3.16. Небольшое тело массой m без трения соскальзывает с высоты H по расположенному в вертикальной плоскости наклонному желобу, переходящему в круговую («мертвую») петлю радиуса R (рис. 3.1). Найти наименьшую высоту H, с которой должно соскальзывать тело, чтобы оно сделало полную петлю, не выпадая из желоба.

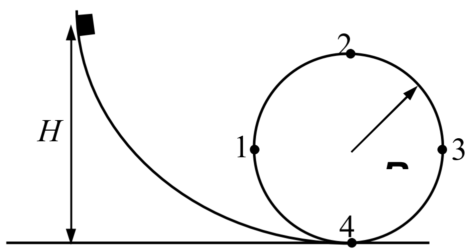


Рис. 3.1.

3.17. Тело массой m без трения соскальзывает с высоты H = 2,5R по вертикальному желобу, переходящему в вертикальную петлю (рис. 3.1). Найти силу давления тела на желоб в точках 1, 2, 3, 4.

3.18. Тело соскальзывает с вершины полусферы, поставленной своим основанием на горизонтальную плоскость. Пренебрегая трением между телом и полусферой, найдите, на каком расстоянии от плоскости тело оторвется от поверхности сферы. Радиус полусферы R = 30 см.

4. МОМЕНТ ИНЕРЦИИ. ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

4.1. Определите момент инерции тонкого стержня массы m и длины ℓ относительно оси, проходящей перпендикулярно стержню через его конец. Рассмотреть два случая: а) однородный стержень; б) неоднородный стержень, плотность которого меняется по закону $\rho = \rho_0\left(1 + k\frac{x}{\ell}\right)$, где x – расстояние до оси вращения.

4.2. Определите момент инерции тонкого однородного стержня массы m и длины ℓ относительно оси, проходящей перпендикулярно стержню через его центр. Как изменится ответ, если стержень согнуть пополам на угол $2\theta < 180°$, если ось перпендикулярна плоскости изгиба? Чему будет равен момент инерции согнутого стержня, если ось расположена в плоскости изгиба симметрично относительно концов стержня?

4.3. Найти момент инерции тонкого однородного стержня массы m и длины ℓ с прикрепленными на его концах маленькими шариками массы m_1 и m_2 (радиусы шаров $<< \ell$). Ось вращения перпендикулярна стержню и проходит через его центр.

4.4. Определить момент инерции тонкого диска массы m и радиуса R относительно оси вращения, расположенной в плоскости диска и проходящей через его центр.

4.5. Тонкая прямоугольная пластинка массой m имеет размеры a и b. Найти момент инерции этой пластинки относительно оси, проходящей через центр масс пластинки: а) параллельно a; б) перпендикулярно плоскости пластинки.

Указание: Пластинку удобно рассматривать как ряд параллельных тонких стержней.

4.6. Длины сторон однородного прямоугольного параллелепипеда массы m равны a, b, c. Определите момент инерции этого тела относительно оси, проходящей через его центр перпендикулярно плоскости a, b.

4.7. Определить момент инерции однородного конуса массой m и с радиусом основания R относительно оси совпадающей с высотой конуса.

4.8. Определить момент инерции тонкостенной сферической оболочки массы m и радиуса R относительно оси, проходящей через ее центр.

4.9. Найти момент инерции однородного полого шара с внешним радиусом R и внутренним радиусом R_1. Плотность материала шара ρ. Доказать, что, если толщина шарового слоя много меньше его радиуса, то в пределе ответ совпадает с результатом задачи 4.8.

4.10. Через блок, массу которого m = 0,5 кг можно считать сосредоточенной на ободе, перекинута невесомая нерастяжимая нить, к концам которой подвешены грузы с массами m_1 = 0,5 кг и m_2 = 0,1 кг. Предоставленные самим себе грузы приходят в движение. Принимая, что нить не скользит по колесу во время движения, найти ускорение грузов и силу давления, оказываемого системой на ось колеса во время движения грузов.

4.11. На ступенчатый цилиндрический блок намотаны в противоположных направлениях две невесомые нерастяжимые нити, к которым подвешены грузы m_1 = 0,3 кг и m_2 = 0,2 кг. Найти угловое ускорение блока и натяжение нитей, если момент инерции блока I = 0,01 кг·м^2, а радиусы шкивов r_1 = 0,2 м и r_2 = 0,1 м.

4.12. Маховик массой m = 1000 кг жестко связан со шкивом. К окружности шкива, радиус которого r = 0,2 м, приложена постоянная сила F = 100 Н. Масса маховика распределена по его ободу на расстоянии R = 1 м от оси вращения. Через какой промежуток времени угловая скорость маховика достигнет значения ω = 5 рад/с?

4.13. Груз массой m = 10 кг, падая, тянет нить, перекинутую через невесомый блок A и намотанную на шкив B радиуса r = 0,4 м, к которому прикреплены четыре спицы с точечными грузами m_1 = 1,0 кг каждый. Грузы закреплены на расстоянии R = 0,5 м от оси вращения (см. рис. 4.1). Момент инерции шкива B со спицами I_0 = 1,0 кг·м^2. Определить ускорение груза и натяжение нити.

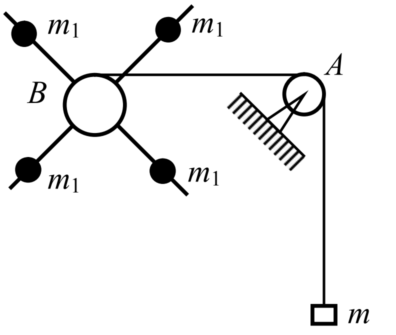


Рис. 4.1.

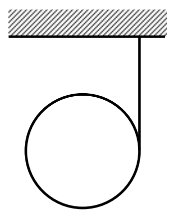


Рис. 4.2.

4.14. На диск массой m = 6 кг намотана нить, один конец которой прикреплен к потолку (см. рис. 4.2). Предоставленный самому себе диск падает вниз, разматывая нить. Найти ускорение центра масс диска при его падении и натяжение нити.

4.15. По наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол α = 30°, скатывается без скольжения под действием силы тяжести диск. С каким ускорением будет двигаться параллельно наклонной плоскости центр тяжести диска? При каком минимальном значении коэффициента трения μ возможно качение диска без проскальзывания?

4.16. Обруч радиуса R раскрутили вокруг оси симметрии, перпендикулярной его плоскости, до угловой скорости ω_0 и положили плашмя на стол. Зная, что коэффициент трения равен μ, определить время τ, по истечении которого обруч остановится.

4.17. Шайбу массы m и радиуса R раскрутили до угловой скорости ω_0 и плашмя положили на шероховатый стол (коэффициент трения μ). Найти момент силы трения и время, по истечении которого вращение шайбы прекратится.

4.18. После удара биллиардный шар начал скользить без вращения со скоростью $\upsilon_0 = 2$ м/с по горизонтальной плоскости стола. По мере движения он начинает раскручиваться, а затем катится без проскальзывания. Какой путь пройдет шар до прекращения проскальзывания? Какое время займет этот процесс? Коэффициент трения $\mu = 0{,}3$.

4.19. Длинный сплошной цилиндр радиуса $R = 3$ см, раскрученный до угловой скорости $\omega_0 = 100$ рад/с, осторожно опустили на горизонтальный стол. Скользя по столу, он начал двигаться вперед, а затем покатился без проскальзывания. Какой путь пройдет цилиндр до прекращения проскальзывания, если коэффициент трения $\mu = 0{,}2$. Какое время займет этот процесс?

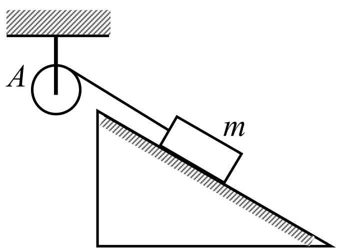


Рис. 4.3.

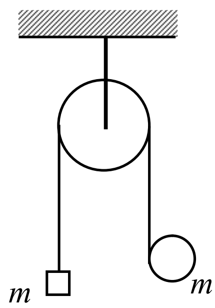


Рис. 4.4.

4.20. Маховик A приводится во вращение так, как показано на рис. 4.3. Момент инерции маховика I, радиус r, масса груза равна m, коэффициент трения между грузом и наклонной плоскостью μ (наклонная плоскость составляет с горизонтом угол α). Найти угловую скорость маховика ω как функцию времени.

4.21. Через невесомый блок переброшена нить, один конец которой прикреплен к висящему грузу массы $m_1 = 1$ кг. Другой конец нити раздвоен и симметрично прикреплен к оси сплошного цилиндра массы $m_2 = 5$ кг, который может катиться без проскальзывания по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Нить параллельна наклонной плоскости. С каким ускорением будет двигаться груз m_1?

4.22. Через невесомый блок переброшена нить, один конец которой прикреплен к висящему грузу массы $m_1 = 4$ кг, а другой намотан на полый цилиндр массы $m_2 = 2$ кг и радиуса $R = 4$ см. Цилиндр может катиться без проскальзывания по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. При этом нить расположена над цилиндром параллельно наклонной плоскости. Определить, с каким ускорением будет падать вниз груз m_1. Чему равно натяжение нити?

4.23. Через невесомый блок перекинута нить; к одному концу нити прикреплен груз массой m = 0,5 кг, другой конец нити намотан на цилиндрический шкив той же массы и радиуса r = 0,1 м (см. рис. 4.4). Груз и шкив предоставляются самим себе. Найти натяжение нити во время движения груза и шкива и угловое ускорение шкива. При решении задачи принять, что центр шкива движется по вертикальной прямой.

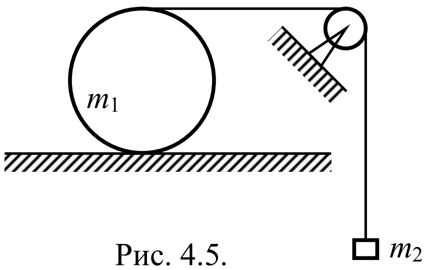


Рис. 4.5.

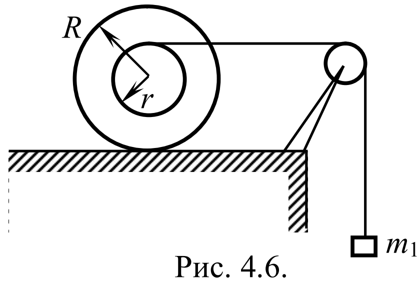


Рис. 4.6.

4.24. На горизонтальной плоскости лежит цилиндр массой m_1 = 10,0 кг. На цилиндр намотана нить, к свободному концу которой прикреплен груз массой m_2 = 5,0 кг. Нить перекидывается через невесомый блок и система предоставляется самой себе (рис. 4.5). Предполагая, что цилиндр катится по плоскости без проскальзывания, определить силу трения между плоскостью и цилиндром. Задачу решить для двух случаев: а) цилиндр сплошной; б) цилиндр полый.

4.25. На горизонтальном столе лежит катушка с намотанной на нее нитью. Нить перекинута через невесомый блок и к концу ее подвешен груз массой $m_1 = 100$ г (см. рис. 4.6). Масса катушки $m = 50$ г, ее момент инерции $J = 5 \cdot 10^{-6}$ кг $\cdot$ м^2, $R = 2$ см, $r = 1$ см. Принимая, что катушка катится без проскальзывания и нить катушки параллельна столу, найти ускорение груза. Задачу решить в двух случаях: а) нить расположена ниже оси катушки; б) нить расположена выше оси катушки.

4.26. На горизонтальном столе лежит катушка ниток массы m. Ее момент инерции $J = \beta m R^2$, где β – заданный коэффициент. Внешний радиус катушки R, радиус намотанного слоя ниток r. Катушку тянут за нить с постоянной силой F. Нить составляет с горизонтом угол α и расположена ниже оси катушки. С каким ускорением и в каком направлении будет катиться катушка в отсутствии проскальзывания?

4.27. Катушка ниток находится на плоскости с углом наклона $\alpha = 60^\circ$. Свободный конец нити прикреплен к стене так, что нить параллельна наклонной плоскости и проходит выше оси катушки. Определить ускорение, с которым катушка будет двигаться по наклонной плоскости, если ее масса $m = 50$ г, момент инерции $J = 5 \cdot 10^{-6}$ кг м^2, а характерные радиусы катушки $R = 3$ см. $r = 2$ см. Коэффициент трения $\mu = 0{,}1$. При каком минимальном угле α возможно движение катушки?

4.28. Решить задачу 4.27 при условии, что нить проходит ниже оси катушки.

5. ЗАКОНЫ ИЗМЕНЕНИЯ И СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА, ЭНЕРГИИ И МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

а) Работа. Законы изменения и сохранения энергии и импульса.

5.1. Шар массой $m = 0{,}1$ кг свободно падает с высоты $h = 1{,}25$ м на горизонтальную плоскость. Найдите изменение импульса при абсолютно неупругом и абсолютно упругом ударах. Укажите на рисунке вектор изменения импульса $\Delta\vec{p}$.

Примечание. При абсолютно неупругом ударе шар прилипает к плоскости; при абсолютно упругом ударе шар отскакивает без потери скорости.

5.2. Материальная точка массой $m = 1$ кг равномерно движется по окружности со скоростью $\upsilon = 10$ м/с. Найдите изменение импульса за одну четверть периода; половину периода; целый период.

5.3. Тело массой $m = 1$ кг равномерно движется по окружности со скоростью $\upsilon = 10$ м/с. Найдите модуль среднего значения импульса тела $\left|\langle m\vec{\upsilon}\rangle\right|$ за время, равное половине периода.

Указание. Среднее значение вектора импульса $\langle m\vec{\upsilon}\rangle = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} m\vec{\upsilon}_i}{n}$.

5.4. Тело массой m бросили под углом к горизонту с начальной скоростью $\vec{\upsilon}_0$. Спустя время τ тело упало на Землю. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите: а) приращение импульса тела $\Delta\vec{p}$ за время полета; б) среднее значение импульса $\langle\vec{p}\rangle$ за время полета.

5.5. Тело массой $m = 5$ кг брошено под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $\upsilon_0 = 20$ м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите изменение импульса тела за время полета. Используя второй закон Ньютона, сформулированный через импульс, определите время полета тела. Укажите на рисунке вектор изменения импульса $\Delta\vec{p}$.

5.6. Две материальные точки массой m_1 и m_2 скользят по гладкой горизонтальной плоскости со скоростями $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{\upsilon}_2$ соответственно, причем $\vec{\upsilon}_1 \perp \vec{\upsilon}_2$. В результате взаимодействия точки слипаются и продолжают движение совместно. Найдите скорость совместного движения $\vec{u}$.

5.7. Снаряд, летевший горизонтально со скоростью υ = 100 м/с на высоте h = 80 м, разорвался на две одинаковые части. Через время τ = 0,5 с после взрыва одна часть снаряда упала на землю под тем местом, где произошел взрыв. Какова скорость υ_2 второй части снаряда? Под каким углом β к горизонту она направлена?

5.8. Две платформы свободно движутся навстречу друг другу по двум парам параллельных рельсов. Когда платформы находятся друг против друга, с каждой из них на встречную перебрасываются грузы массой m = 100 кг каждый. После этой переброски первая платформа останавливается, вторая же продолжает двигаться в прежнем направлении со скоростью $\upsilon_2' = 4{,}25$ м/с. Каковы скорости платформ υ_1 и υ_2 до обмена грузами? Массы платформ с грузами: m_1 = 1,0 т и m_2 = 2,0 т.

5.9. Платформа массой m = 140 кг стоит неподвижно па гладкой горизонтальной поверхности. Находящийся на краю платформы человек массой m_1 = 60 кг переходит на противоположный ее край. Какова длина ℓ платформы, если она при этом сдвинулась на расстояние s = 1,2 м?

5.10. Гимнаст массой m_1, имея при себе камень массой m_2, прыгает под углом α к горизонту со скоростью υ. В момент, когда им была достигнута наибольшая высота, он бросает камень со скоростью υ_0 относительно себя назад. На сколько увеличится дальность прыжка гимнаста ΔL вследствие того, что им был брошен камень?

5.11. Реактивный двигатель Циолковского выбрасывает продукты сгорания порциями, масса которых m = 2 кг и скорость при вылете из сопла двигателя u = 1000 м/с (относительно сопла). Какую скорость υ будет иметь ракетоплан после вылета третьей порции газа? Масса ракетоплана в начальный момент M = 300 кг и начальная скорость его равна нулю. Сопротивлением воздуха пренебречь. Притяжение Земли не учитывать. Какую скорость υ_0 имела бы ракета при вылете трех порций одновременно?

5.12. Для движения ракеты из нее выбрасывается непрерывная струя газа. Принимая, что выбрасываемый газ имеет неизменную относительно ракеты скорость u = 320 м/с, найти, спустя какое время после пуска ракеты, последняя будет обладать скоростью υ = 160 м/с. Масса ракеты вместе с начальным зарядом (газом) равна m = 0,30 кг. Каждую секунду из ракеты выбрасывается масса μ = 0,10 кг/с газа. Сопротивлением воздуха пренебречь. Притяжение Земли не учитывать.

5.13. По какому закону должна меняться во времени масса ракеты M, чтобы она во время работы оставалась неподвижной в поле тяжести Земли, если скорость газовой струи относительно сопла ракеты равна υ? Начальная масса ракеты с топливом m_0.

5.14. Платформа массой m_0 движется со скоростью υ_0. Из бункера на нее начинают высыпать песок. Скорость погрузки равна μ кг/с. Найдите зависимость от времени скорости и ускорения платформы в процессе погрузки.

5.15. Шайба покоится на наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом (см. рис. 5.1). Шайбу толкнули в горизонтальном направлении вдоль плоскости, сообщив ей скорость υ_0. Найдите время, по истечении которого шайба остановится, если выполняется условие $\mu > \mathrm{tg}\alpha$. Здесь μ – коэффициент трения.

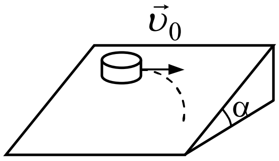


Рис. 5.1.

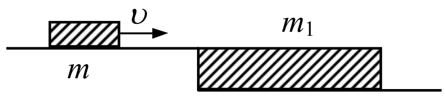


Рис. 5.2.

5.16. Частица может двигаться в плоскости x, y. На нее действует сила $\vec{F} = a\vec{i}$, где a – константа. Вычислить работу этой силы при перемещении частицы из точки с координатами $x_1 = 1$, $y_1 = 2$, в точку с координатами $x_2 = 7$, $y_2 = 8$.

5.17. Решить задачу 5.16 при условии, что частица движется в трехмерном пространстве из точки (1, 2, 5) в точку с координатами (7, 8, 9).

5.18. Частица движется в плоскости x, y под действием силы $\vec{F} = -F_0 \cos\omega t \cdot \vec{i} - F_0 \sin\omega t \cdot \vec{j}$. Кинематический закон движения частицы имеет вид $\begin{cases} x = R\cos\omega t \\ y = R\sin\omega t \end{cases}$. Какую работу совершает сила $\vec{F}$ на пути ℓ?

5.19. Лифт массой $m = 1 \cdot 10^3$ кг поднимается с ускорением $a = 0{,}2$ м/с^2. Чему равна работа силы натяжения каната, с помощью которого поднимается лифт, за первые $\tau = 4$ с движения?

5.20. На тело действует центральная сила, изменяющаяся по закону $F_{1r} = \rho r$ при $r < R$ и $F_{2r} = \dfrac{\rho R^3}{r^2}$ при $r > R$. Здесь ρ – заданная константа. Чему равна работа этой силы по перемещению тела из силового центра в бесконечно удаленную точку. Нарисуйте графики зависимости $F(r)$ и $A(r)$.

5.21. Какую минимальную работу необходимо совершить для того, чтобы перетащить цепочку массой m и длиной ℓ с одной полуплоскости на другую? Коэффициент трения при движении цепочки по первой полуплоскости равен μ_1, по второй – μ_2. Цепочка вначале располагалась перпендикулярно к границе раздела полуплоскостей.

5.22. Капля с начальной массой m падает под действием силы тяжести и равномерно испаряется, теряя ежесекундно массу, равную μ кг/с. Какова работа A силы тяжести за время от начала движения до полного испарения капли? Сопротивлением воздуха пренебречь.

5.23. Найти коэффициент трения μ между заторможенными колесами автомобиля и асфальтовым покрытием, если при скорости υ = 36 км/ч тормозной путь автомобиля s = 6 м.

5.24. Брусок массой m, имеющий скорость υ, соскальзывает со стола на брусок массой m_1, лежащий на гладкой горизонтальной поверхности. Найти путь s, который пройдет брусок m относительно бруска m_1, если коэффициент трения между брусками μ (рис. 5.2).

5.25. Доска с покоящимся на ее краю бруском движется со скоростью $\upsilon = 3$ м/с. При остановке доски брусок начинает скользить по ее поверхности. При достижении бруском противоположного края доски его кинетическая энергия уменьшилась в три раза по сравнению с первоначальной. Чему равен коэффициент трения между бруском и доской, если длина доски $\ell = 0{,}45\,\text{м}$?

5.26. Тело массой m движется горизонтально в положительном направлении оси X под действием силы $\vec{F}$, проекция которой на ось X задается выражением $F_x = c \cdot x$, где $c = const > 0$. Начальная координата тела $x(0) = 0$, начальная скорость $\upsilon(0) = 0$. Найдите зависимость скорости тела υ от координаты x. Трение отсутствует.

5.27. Тело массой $m = 4\,\text{кг}$ движется вдоль оси X, имея в точке с координатой $x_1 = 2\,\text{м}$ скорость $\upsilon_1 = 10$ м/с. На тело действует тормозящая сила, модуль которой меняется по закону $|F| = \dfrac{k}{x^2}$, где $k = 100\,\text{Н}\cdot\text{м}^2$. Определить скорость тела в точке с координатой $x_2 = 10\,\text{м}$.

5.28. На параллельных нитях одинаковой длины ℓ висят два одинаковых шара так, что они соприкасаются. Один из шаров отклоняют до горизонтального положения и отпускают без толчка. Считая соударение шаров абсолютно неупругим, найти предельную высоту h, на которую поднимаются шары после удара.

5.29. Пуля ударяется с горизонтальной скоростью υ = 400 м/с в шар, подвешенный на нити длиной ℓ = 4 м, застревает в нем. Найти угол α, на который отклонится нить подвеса шара, если масса пули m = 20 г и масса шара m_1 = 5 кг. Какая доля кинетической энергии пули расходуется при неупругом ударе на нагревание и деформацию шара? На какой угол α_0 отклонится нить, если соударение пули с шаром будет абсолютно упругим?

5.30. Определите соотношение масс соударяющихся шаров, один из которых до столкновения покоился, если после центрального упругого удара шары разлетаются в противоположные стороны с одинаковыми скоростями.

5.31. Частица массой m_1 испытала упругое соударение с неподвижной частицей массой m_2, в результате чего обе частицы разлетелись симметрично относительно первоначального направления движения частицы m_1. Найдите отношение масс частиц m_1 / m_2, если угол между их направлениями разлета $\theta = 60°$.

5.32. Молекула испытала соударение с другой покоившейся молекулой той же массы. Показать, что угол между направлениями их разлета после соударения равен $90°$ при упругом ударе и меньше $90°$ при неупругом ударе.

5.33. Потенциальная энергия частицы имеет вид: $U = ax^3 + bx^2 + cz$. Определите силу, действующую на частицу.

5.34. Потенциальная энергия частицы имеет вид: $U = axyz$. Определите силу, действующую на частицу.

5.35. Тело находится в центральном поле (в поле Земли). Сила, действующая на него со стороны поля, меняется по закону $F_r = -\frac{a}{r^2}$, где a – заданная константа. Найдите, чему будет равна потенциальная энергия тела в точке, удаленной на расстояние r от силового центра, если нулевой уровень энергии выбран в бесконечно удаленной точке ($U(\infty) = 0$).

5.36. В условии задачи 5.20 найдите потенциальную энергию тела, если нулевой уровень энергии выбран в точке силового центра ($U(0) = 0$).

5.37. Груз копра массой m = 350 кг падает с высоты h = 2 м и ударяет о сваю, вбитую в грунт. Масса сваи m_1 = 75 кг. После удара свая погрузилась в грунт на глубину s = 4 см. Считая соударение копра и сваи неупругим, найти среднюю силу сопротивления грунта забивке сваи. Найти, какая доля кинетической энергии груза расходуется при ударе груза о сваю на деформацию этих тел.

5.38. Брусок массой m без трения соскальзывает с высоты h по клину с углом α и массой m_1. Найти скорость клина в момент, когда брусок коснется пола при условии, что трение между полом и клином отсутствует.

5.39. Тело массой m вкатывается на горку, которая может скользить по горизонтальной плоскости. Отношение массы горки к массе тела равно $m_1/m = n$. Высота горки H. Какой минимальной линейной скоростью должно обладать тело, чтобы достигнуть вершины горки? Трение между поверхностью тела, горки и плоскостью отсутствует.

5.40. Потенциальная энергия частицы массой m в некотором силовом поле определяется выражением $U = a\left(x^2 + y^2 + z^2\right)$, где a – положительная константа. Частица начинает двигаться без начальной скорости из точки с координатами (3, 3, 3). Найдите ее скорость в тот момент, когда она будет находиться в точке с координатами (1, 1, 1).

5.41. Потенциальная энергия тела массой m, находящегося в гравитационном поле Земли, может быть представлена в виде:

$$U = \begin{cases} -mbr^2/2 \text{ при } r < R \\ -3mbR^2/2 + mbR^3/r \text{ при } r > R \end{cases},$$

где b – некоторая константа, а R – радиус Земли. Какой скоростью обладало бы тело, если бы оно могло беспрепятственно достичь центра Земли, начав свой путь из точки, находящейся на расстоянии $2R$ от центра?

б) Законы изменения и сохранения момента импульса и энергии

5.42. Частица массой $m = 10$ г равномерно движется по окружности радиуса $R = 10$ см со скоростью $\upsilon = 20$ см/с. Чему равен ее момент импульса относительно оси, проходящей через центр окружности перпендикулярно плоскости движения? Укажите на рисунке направление вектора $\vec{L}$.

5.43. Частица массой $m = 10$ г движется в плоскости x, y. Ее кинематический закон движения имеет вид $x = \upsilon \cdot t$, где $\upsilon = 20$ см/с; $y = b$, где $b = 10$ см. Чему равен момент импульса частицы относительно оси z? Как он меняется со временем? Укажите на рисунке направление вектора $\vec{L}$.

5.44. Шарик массой m бросили под углом α к горизонту с начальной скоростью υ_0. Найдите величину момента импульса шарика относительно точки бросания в зависимости от времени движения.

5.45. Цилиндр радиуса $R = 10$ см и массой $m = 200$ г вращается вокруг своей геометрической оси, делая $n = 10$ об/с. Найдите момент импульса цилиндра, если: а) он сплошной; б) полый. Укажите на рисунке направление вектора $\vec{L}$.

5.46. Сплошной цилиндр радиуса $R = 10$ см и массой $m = 200$ г катится по столу без проскальзывания, делая $n = 10$ об/с. Найдите момент импульса цилиндра относительно оси, совпадающей с линией касания цилиндра со столом в начальный момент времени. Укажите на рисунке направление вектора $\vec{L}$.

5.47. При n = 5 об/с кинетическая энергия маховика $W_к$, вращающегося вокруг оси, равна 1000 Дж. Какую силу надо приложить по касательной к его ободу, чтобы за время τ = 30 с уменьшить число оборотов в k (k = 2) раз? Маховик представляет собой сплошной диск радиуса R = 20 см.

5.48. Маховик с моментом инерции I = 0,5 кг·м^2 соединен со шкивом радиуса r = 4 см. На шкив намотана нить, к концу которой привязан груз массой m = 500 г. Груз устанавливают на высоте h = 1 м от поверхности пола. С каким числом оборотов в секунду будет вращаться маховик, когда груз достигнет пола?

5.49. Однородный стержень длиной ℓ = 4,0 м может вращаться вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной стержню и проходящей через один из его концов. Какую горизонтальную скорость необходимо сообщить нижнему концу стержня, чтобы последний достиг горизонтального положения?

5.50. По наклонной плоскости с высоты $h = 0{,}2$ м без проскальзывания скатываются: а) обруч; б) диск; в) шар. Определить скорость каждого из тел в нижней точке наклонной плоскости. Чему будет равна скорость в отсутствии силы трения?

5.51. Обруч и диск одинаковых диаметров скатываются с одной и той же наклонной плоскости. Диск скатывается быстрее, чем обруч, на τ = 0,155 с и приобретает в конце наклонной плоскости скорость υ_1 = 4 м/с. Найти длину наклонной плоскости, если массы тел равны.

5.52. На скамье Жуковского стоит человек, держа в вытянутых в стороны руках по гире массой m = 10 кг каждая. Расстояние между осью вращения и каждой гирей при этом r_1 = 0,75 м. Скамью приводят во вращение с числом оборотов n_1 = 0,50 об/с и предоставляют систему самой себе. Какую работу должен произвести человек, чтобы во время вращения системы приблизить гири к оси вращения до расстояния r_2 = 25 см? Момент инерции человека и скамьи относительно оси вращения I_0 = 0,60 кг·м^2 считать постоянным. Трением пренебречь.

5.53. На неподвижной скамье Жуковского стоит человек, держа в руках ось массивного колеса, вращающегося в горизонтальной плоскости с числом оборотов n = 10 об/с. Ось колеса совпадает с осью вращения скамьи Жуковского. Найти угловую скорость системы после того, как человек повернет колесо на угол π вокруг горизонтальной оси, проходящей через центр масс колеса. Моменты инерции относительно оси вращения: человека I_1 = 1,8 кг·м^2, скамьи I_2 = 0,4 кг·м^2 и колеса I_3 = 1,0 кг·м^2.

5.54. Человек стоит на скамье Жуковского, вращающейся с числом оборотов n_0 = 0,5 об/с. Человек держит однородный стержень длиной ℓ = 1,5 м и массой m = 3 кг так, что стержень перпендикулярен к оси вращения, а центр масс стержня находится на оси вращения. Какова станет скорость вращения системы, если человек совместит стержень с осью вращения? Момент инерции человека и скамьи I_0 = 1,6 кг·м^2.

5.55. Из центра диска, свободно вращающегося с угловой скоростью ω_0, выходит человек и идет равномерно со скоростью υ по радиусу диска. На какой угол повернется диск к тому времени, когда человек дойдет до его края, если радиус диска R, масса диска m_1, а масса человека m?

5.56. Тонкий однородный стержень массой m и длиной ℓ может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. В другой конец стержня попадает пуля массой m_0, летящая горизонтально со скоростью υ_0. Пуля застревает в стержне. На какую высоту поднимется нижний конец стержня? Какая доля энергии перейдет в тепло в результате удара?

5.57. Сплошной цилиндр, радиус которого R, раскрутили до угловой скорости ω_0 и плашмя положили на стол. С какой скоростью будет катиться цилиндр к моменту, когда прекратится его проскальзывание?

5.58. Шар массой $m_0 = 10\,\text{г}$, двигавшийся со скоростью $\upsilon_0 = 5\,\text{м/с}$, испытал упругое лобовое соударение с одним из шариков покоившейся жесткой гантели (вектор $\vec{\upsilon}_0$ перпендикулярен оси гантели). Масса каждого шарика гантели $m = 5\,\text{г}$, расстояние между ними $\ell = 1\,\text{см}$. Стержень, соединяющий шарики, невесом. Определить скорость движения центра масс гантели и ее угловую скорость вращения после удара. Вся система находится на гладком столе.

5.59. Два горизонтальных диска свободно вращаются вокруг общей вертикальной оси, проходящей через их центры. Моменты инерции дисков относительно этой оси равны $I_1 = 0{,}2\,кг \cdot м^2$ и $I_2 = 0{,}3\,кг \cdot м^2$, а их угловые скорости соответственно равны $\omega_1 = 5\ с^{-1}$, $\omega_2 = 10\ с^{-1}$. Верхний диск осторожно опускают на нижний, после чего, благодаря трению, они начинают вращаться как единое целое. Найдите угловую скорость вращения дисков. Какое количество тепла выделилось при взаимодействии дисков?

5.60. Пуля массой $m_0 = 10\,г$, летящая горизонтально со скоростью $\upsilon_0 = 800\,м/с$, попадает в покоящийся на столе деревянный шар массой $m = 10\,кг$ и радиусом $R = 0{,}5\,м$ и застревает в нем. Удар пришелся на расстоянии $\ell = 40\,см$ выше центра масс шара. Спустя некоторое время движение шара по столу переходит в качение без проскальзывания. Считая, что $m_0 << m$, определить скорость центра масс шара в этот момент.

5.61. На гладкой горизонтальной поверхности лежит стержень длиной $\ell = 10\,см$ и массой $m = 200\,г$. В одну из точек стержня упруго ударяется шарик массой $m_0 = 50\,г$, движущийся перпендикулярно к стержню. На каком расстоянии x от середины стержня должен произойти удар, чтобы шарик передал стержню всю свою кинетическую энергию. При каком соотношении масс это возможно?

5.62. По горизонтальной поверхности без проскальзывания катится обруч массой $m = 100$ г и радиусом $R = 5\,см$. Обруч наезжает на ступеньку высотой $h = 1$ см. С какой минимальной скоростью он должен катиться, чтобы преодолеть препятствие?

5.63. С высоты H с горки без проскальзывания скатывается бочка с водой. Масса бочки m_1, масса воды m_2. Определить скорость центра масс бочки в конце пути, если вязкость воды пренебрежимо мала. Массой крышек бочки пренебречь.

6. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

6.1. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону: $x = 1{,}2\cos\left[\pi\left(2t/3 + 1/4\right)\right]$ (м). Определите амплитуду, период, частоту и начальную фазу колебаний. Найдите амплитуды скорости и ускорения.

6.2. Точка движется вдоль оси x по закону: $x = a\cos\left(\omega t - \pi/2\right)$. Построить графики: а) смещения x, скорости $\dot{x}$ и ускорения $\ddot{x}$ от времени; б) скорости $\dot{x}$ от смещения x; в) ускорения $\ddot{x}$ от смещения x.

6.3. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону синуса с амплитудой A. Найти, сколько времени (в долях периода) требуется для смещения точки на расстояние $A/2$ от ее положения равновесия. Сколько времени требуется для перехода точки из этого положения в положение, наиболее удаленное от положения равновесия?

6.4. Как, зная амплитуду смещения a и амплитуду скорости υ_0, найти частоту гармонических колебаний ω?

6.5. Частица колеблется вдоль оси x по закону $x = 0{,}1\ \sin(6{,}28t)$ (м). Найдите среднее значение модуля скорости частицы $\langle\upsilon\rangle$:
а) за первую 1/4 часть T, б) за период колебаний T.

6.6. Частица колеблется вдоль оси x по закону $x = a\ \cos\omega t$. Считая вероятность W нахождения частицы в интервале от $-a$ до $+a$ равной единице, найти зависимость от x плотности вероятности $w = \dfrac{dW}{dx}$ нахождения частицы в данной области. (Вероятность обнаружения частицы в данной области W равна отношению времени пребывания частицы в этой области к $T/2$).

6.7. Шарик совершает колебания по закону $x_1 = 3\cos\left(\omega t + \pi/3\right)$ (см) относительно подставки, к которой он прикреплен через пружину. Подставка в свою очередь колеблется относительно стола по закону $x_2 = 8\sin\left(\omega t + \pi/6\right)$ (см). Оба колебания происходят вдоль вертикали. Запишите уравнение колебаний шарика $x(t)$ относительно стола.

6.8. Уравнения движения частицы, движущейся в плоскости x, y, имеет вид: $x = a\ \sin\ \omega t$, $y = b\ \cos\ \omega t$, где a и b – амплитуды колебаний вдоль осей x и y. Найдите уравнение траектории частицы и направление ее движения по этой траектории.

6.9. При какой длине ℓ период колебаний математического маятника будет равен 1 с? Чему равен период колебаний T математического маятника длины $\ell = 1$ м.

6.10. В кабине лифта подвешен маятник, период колебаний которого в неподвижном лифте равен T_0. Каков будет период T колебаний этого маятника, если лифт станет опускаться с ускорением $a = \dfrac{3}{4}\ g$?

6.11. Жидкость налита в трубку, изогнутую так, что ее колена образуют с горизонтом углы α и β. Найти период колебаний жидкости, налитой в эту трубку и выведенной из положения равновесия, если длина осевой линии трубки ℓ. Капиллярные силы и вязкость не учитывать.

6.12. Предположим, что по одному из диаметров Земли просверлен канал. Принимая Землю за однородный шар плотностью $\rho = 5{,}5\cdot10^3$ кг/м^3, найти время τ движения тела от поверхности Земли до ее центра. Гравитационная постоянная $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/кг·с^2.

6.13. Найти период малых колебаний однородного стержня длины ℓ относительно горизонтальной оси, отстоящей на 1/4 его длины от конца стержня.

6.14. При какой длине ℓ стержня период его колебаний относительно одного из его концов будет равен 1 с. Чему равен период колебаний T при длине стержня в 1 м.

6.15. Система состоит из горизонтально расположенного однородного диска массой m = 3 кг и радиусом R = 20 см, висящего на тонком стержне, прикрепленном к центру диска. Коэффициент кручения стержня $k = 6\,\dfrac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{рад}}$. Определите частоту малых крутильных колебаний диска.

6.16. Горизонтальный тонкий стержень AB подвешен на двух параллельных нитях длиной ℓ каждая. Нити прикреплены к концам стержня AB. Стержень поворачивают на небольшой угол вокруг вертикальной оси OO', проходящей через середину стержня, и предоставляют самому себе. Найти период крутильных колебаний стержня.

6.17. Круглый диск радиусом R и массой m, подвешен к потолку на трех параллельных нитях длиной ℓ = 1 м каждая (трифилярный подвес). Определите период крутильных колебаний диска.

6.18. За 10 с амплитуда свободных колебаний уменьшилась в 10 раз. За какое время τ амплитуда уменьшится в 100 раз.

6.19. За время t = 16,1 с амплитуда колебаний уменьшается в n = 5 раз. Найдите коэффициент затухания β.

6.20. Найти логарифмический декремент затухающих колебаний математического маятника длиной ℓ = 50 см, если в процессе колебаний за время τ = 8 мин он теряет 99% своей энергии.

6.21. Логарифмический декремент затухающих колебаний маятника θ = 0,02. Найти, во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний после n = 100 полных колебаний маятника.

6.22. За время, в течение которого система совершает N = 100 колебаний, амплитуда уменьшается в n = 5 раз. Найдите добротность системы Q.

6.23. Добротность колебательной системы Q = 2, частота свободных колебаний ω = 100 с$^{-1}$. Определите собственную частоту колебаний этой системы ω_0.

6.24. Амплитуды смещений вынужденных гармонических колебаний в системе без затухания при частотах ω_1 = 400 рад/с и ω_2 = 600 рад/с равны между собой. Найдите резонансную частоту.

6.25. Амплитуды скоростей вынужденных гармонических колебаний в системе без затухания равны между собой при частотах ω_1 = 100 $с^{-1}$ и ω_2 = 300 $с^{-1}$. Найдите резонансную частоту, при которой амплитуда скорости максимальна.

6.26. С какой скоростью υ распространяются волны вдоль прямой, если разность фаз колебаний двух точек, отстоящих друг от друга на расстояние ℓ = 10 см, равна $\Delta\varphi = \pi/4$, и частота колебаний ν = 3,0 Гц.

6.27. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих на расстояние ℓ = 2 м друг от друга, если длина волны λ = 1 м.

6.28. Найти смещение от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстояние $\ell = \lambda/12$ для момента времени $t = T/6$. Амплитуда колебаний A = 0,05 м.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

7. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

7.1. Определить массу воздуха, заключенного в сосуде объемом $V = 1$ л при $t = 27°C$ и нормальном давлении. Молярная масса воздуха $\mu = 29$ г/моль.

7.2. Найти плотность метана (CH_4) при нормальных условиях.

7.3. Баллон содержит идеальный газ при температуре $t_1 = 27°$C и давлении $p_1 = 200$ кПа. Из баллона выпустили 80% газа и охладили его до $t_2 = 12°$C. Какое давление установится в баллоне?

7.4. Определить массу воздуха, заключенного в пространстве между оконными рамами ($S = 2$ м^2, $\ell = 25$ см) при нормальном атмосферном давлении, если его температура линейно меняется от $t_1 = -10°$C у наружного стекла до $t_2 = 20°$C у внутреннего. Молярная масса воздуха $\mu = 29$ г/моль.

7.5. Объем газа при нагревании изменяется по закону $V = \alpha\sqrt{T}$, где α – постоянная величина. Начертите графики этого процесса в координатах (p, V) и (V, T).

7.6. Идеальный газ расширяется по закону $pV^2 = \text{const}$. Как меняется его температура? Начертите графики этого процесса в координатах (p, V) и (V, T).

7.7. Найти объем сосуда V, если при выкачивании воздуха поршневым насосом давление в нем после n = 5 качаний упало с p = 640 мм рт. ст. до p_n = 20 мм рт. ст. Объем поршневого цилиндра V_0 = 1600 см^3. Температуру считать постоянной.

7.8. В колбе емкостью V = 1 л находится m_1 = 1 г водорода и m_2 = 1 г углекислого газа. Найти давление смеси. Температура t = 0°C.

7.9. Открытая с двух концов трубка длиной $\ell = 0{,}76$ м до половины погружена в ртуть. Какая будет длина ртутного столбика h, если, плотно закрыв верхнее отверстие, вынуть трубку из ртути. Атмосферное давление нормальное.

7.10. В запаянной с одного конца длинной стеклянной трубке находится воздух, запертый столбиком ртути длиной L = 10 см. Высота воздушного столба h_1 = 13 см. Трубку переворачивают открытым концом вниз, при этом длина воздушного столбика увеличивается до h_2 = 17 см. Найти атмосферное давление.

7.11. Два шара емкостью V_0 = 280 см^3 каждый соединены трубкой, сечение которой S = 1 см^2 и длина L = 17 см. Посередине этой трубки находится капля ртути, занимающая по длине трубки расстояние ℓ = 1 см. В начальный момент температура обоих шаров t = 15°C. На сколько переместится капля ртути, если левый шар нагреть на Δt = 1°C, а правый на Δt = 1°C охладить?

7.12. В горизонтально расположенном цилиндрическом сосуде длиной L = 85 см находится подвижный поршень, делящий сосуд на две части. Найти положение поршня в том случае, когда по одну сторону от него находится некоторое количество кислорода (μ_1), а по другую – такое же по массе количество водорода (μ_2).

7.13. Сосуд емкостью V = 200 см^3 разделен полупроницаемой перегородкой пополам. В одну половину введено m_1 = 2 мг водорода и m_2 = 4 мг гелия. Через перегородку может диффундировать гелий. Во время процесса поддерживается температура t = 27°С. Какие давления p_1 и p_2 устанавливаются в обеих частях сосуда?

7.14. Два баллона, один емкостью V_1 = 10 л, а другой V_2 = 2 л, содержат воздух под давлением: первый p_1 = 0,6 атм., а второй p_2 = 24 атм. Между баллонами имеется соединительная трубка с краном. Какое установится давление в баллонах, если открыть кран?

7.15. В двух сообщающихся сосудах находится одинаковый газ. В одном параметры T_1 = 370 К, V_1 = 0,1 м^3, p_1 = 12,2·10^5 Па, в другом T_2 = 268 К, V_2 = 0,4 м^3, p_2 = 5,0·10^5 Па. При открывании крана K сосуды сообщаются. Найти давление и температуру после установления равновесия, если процесс происходит без потери теплоты во внешнюю среду.

7.16. Два одинаковых сосуда соединены трубкой, объемом которой можно пренебречь. Система наполнена газом и находится при температуре T. Во сколько раз изменится давление в такой системе, если один из сосудов нагреть до температуры T_1, а другой поддерживать при прежней температуре T?

7.17. Идеальный газ в количестве ν молей совершает процесс по закону $p = p_0 - \alpha V^2$, где α, p_0 – положительные константы, V – объем газа. Найти максимальную температуру в ходе этого процесса.

7.18. Идеальный газ в количестве ν молей совершает процесс по закону $p = p_0 e^{-\beta V}$, где β, p_0 – положительные константы, V – объем газа. Найти максимальную температуру в ходе этого процесса.

7.19. Идеальный газ в количестве ν молей совершает процесс $T = T_0 + aV^2$, где a, T_0 – положительные константы, V – объем газа. Найти минимальное давление в ходе этого процесса. Изобразите процесс на p, V – диаграмме.

7.20. Найти закон, по которому изменяется давление p газа в откачиваемом сосуде в зависимости от времени откачки t. Объем сосуда V_0, первоначальное давление p_0. Сосуд откачивается насосом, быстрота действия которого C ($C = \dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}$ – объем газа откачиваемого насосом в единицу времени; этот объем измеряется при давлении, при котором газ поступает в насос). Считать, что C не зависит от времени.

8. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИТЕЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

8.1. Определите массу одной молекулы m_0: водорода H_2, углекислого газа CO_2 и воды H_2O.

8.2. Сколько молекул воздуха содержится в литровой банке при температуре t = 27° С и нормальном давлении? Какова масса этого воздуха (молярная масса воздуха μ = 29 г/моль)?

8.3. Найти плотность водорода, если в объеме, равном 10 см^3, содержится 10^{17} молекул.

8.4. Принимая для воздуха $\mu = 29\cdot10^{-3}$ кг/моль, найти среднюю квадратичную скорость $\upsilon_{\text{кв}}$ его молекул при температуре t = 0°C.

8.5. Плотность газа при нормальном давлении равна ρ = 0,18 кг/м^3. Найти среднюю квадратичную скорость его молекул.

8.6. Один моль идеального газа при нормальных условиях занимает объем V = 22,4 л. Оцените среднее расстояние между молекулами газа $\langle a \rangle$. Сравните это расстояние с диаметром молекул d.

8.7. Диаметр молекулы азота $d \approx 3\cdot10^{-10}$ м. Считая, что молекулы имеют сферическую форму, найти, какая часть объема, занимаемая газом, приходится на объем самих молекул при нормальных условиях, и при давлении $p = 500\ p_0$. Расчет вести в предположении, что при этих давлениях газ не отличается от идеального.

8.8. Молекулярный пучок падает на стенку и отражается от нее по закону абсолютно упругого удара. Найдите давление пучка на стенку, если скорость молекул в пучке одинакова и равна $\upsilon = 10^3$ м/с, концентрация молекул $n = 10^{25}$ м$^{-3}$, а масса молекулы $m_0 = 3\cdot10^{-26}$ кг. Пучок падает на стенку нормально. Рассмотреть два случая: а) стенка неподвижна, б) стенка движется навстречу пучку со скоростью u = 100 м/с.

8.9. Сосуд в форме куба объемом V = 1 л содержит $\nu = 10^{-3}$ молей идеального газа. К каждой из шести граней куба движется одинаковое число молекул. Масса каждой молекулы $m_0 = 3\cdot10^{-26}$ кг, средняя скорость теплового движения υ = 500 м/с. Найти давление газа на стенку сосуда.

8.10. Согласно квантовым представлениям поток света – это поток частиц, называемых фотонами, энергия которых равна mc^2, а импульс равен mc. Известно, что на поверхность Земли падает поток энергии плотностью E = $1{,}3\cdot10^3$ Дж/(м$^2\cdot$с). Определите давление, которое оказывает солнечный свет на Земной диск, в предположении, что вся падающая энергия поглощается. Чему равна сила солнечного давления (Радиус Земли R = 6400 км)?

8.11. Часть стенки колбы электролампы накаливания, представляющей собой сферу радиусом R = 4 см, посеребрена. Лампа потребляет мощность N = 50 Вт. Пусть 90% энергии тратится на излучение. Газ из колбы откачан до давления $p_{\text{г}} = 10^{-8}$ мм рт.ст. Что больше, давление газа в колбе или световое давление на посеребренную стенку?

8.12. Какой кинетической энергией поступательного движения обладают все молекулы окиси углерода (CO) (m = 7,0 г) при температуре t = 127°C? При тех же условиях найти кинетическую энергию вращательного движения молекул.

8.13. Найти полную кинетическую энергию молекул азота, занимающих при давлении p = 736 мм рт. ст. объем V = 1000 см^3.

8.14. Чему равна энергия поступательного движения молекул газа, заключенного в 1 см^3 при нормальном давлении?

8.15. Определить, исходя из классических представлений, среднеквадратичную угловую скорость $\sqrt{\langle \omega^2 \rangle}$ вращения молекул азота (N_2) при t = 27° C. Расстояние между ядрами молекул $\ell = 3{,}7 \cdot 10^{-10}$ м.

8.16. Гелий находится при температуре $t = 27°\text{C}$. Кинетическая энергия хаотического теплового движения всех молекул газа равна $W = 10$ Дж. Рассчитайте число молекул гелия.

8.17. Определите, во сколько раз возросло давление двухатомного газа, содержащегося в сосуде при определенной температуре, в результате диссоциации одной трети молекул этого газа.

8.18. Средняя кинетическая энергия молекулы одноатомного газа $\langle w \rangle$ = $6{,}0 \cdot 10^{-21}$ Дж. Давление газа p = $2{,}0 \cdot 10^5$ Па. Найдите число молекул газа n в единице объема.

8.19. Найдите среднюю кинетическую энергию $\langle w \rangle$ молекулы азота (N_2), если ν = 2 моля этого газа в объеме V = 10 л создают давление $p = 10^6$ Па.

8.20. Зная, что средняя квадратичная скорость вращения молекул азота (N_2) равна $\sqrt{\langle \omega^2 \rangle}$ = 10^{12} с$^{-1}$, определите среднюю скорость поступательного движения молекул этого газа. Расстояние между ядрами в молекуле азота принять равным $\ell = 3 \cdot 10^{-10}$ м.

8.21. В сосуде находится смесь гелия (He) и азота (N_2). Известно, что полная кинетическая энергия вращательного движения молекул азота равна полной кинетической энергии всех молекул гелия. Определите отношение масс азота m_1 и гелия m_2.

8.22. Сосуд, наполненный гелием (He), движется со скоростью u = 100 м/с. Температура газа t_1 = 0°C. Пренебрегая теплообменом между газом и стенками сосуда, определите температуру газа t_2 после резкой остановки сосуда.

8.23. Сколько молекул ударяется за время τ о стенку сосуда площадью S. Концентрация молекул n, средняя скорость теплового движения $\langle \upsilon \rangle$. Решение выполнить двумя способами:

а) считать скорость всех молекул равными средней скорости $\langle \upsilon \rangle$.

б) воспользоваться распределением Максвелла по компонентам скоростей

$$f(\upsilon_x)=\sqrt{\frac{m_0}{2\pi kT}}\exp\left(-\frac{m_0\upsilon_x{}^2}{2kT}\right).$$

8.24. Сколько молекул ударяется за время $\tau = 1$с о стенку сосуда площадью $S = 1$ м^2. В сосуде находится азот (N_2) при давлении $p = 1$ атм и температуре $t = 20°$С.

8.25. На пружине жесткости K подвешена легкая чашка весов массы m. Вследствие беспорядочных ударов молекул она совершает колебания. Следовательно, предел чувствительности этих весов будет ограничен тепловым движением. Определите ту минимальную массу m, которая может быть определена при однократном взвешивании, если температура воздуха T.

9. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ. ТЕПЛОЕМКОСТЬ

9.1. Воздух нагревается изобарически от T_1 = 300 К до T_2 = 400 К. Найти работу расширения воздуха, если масса его m = 0,01 кг, молярная масса μ = 0,029 кг/моль.

9.2. Идеальный газ совершает политропный процесс с показателем политропы n = 0. Какую работу совершает газ при расширении от объема V_1 = 10 л, до объема V_2 = 40 л, если начальное давление газа p_0 = 10^5 Па. Изобразите процесс на p, V диаграмме.

9.3. В сосуде находится ν = 3 моля идеального газа при температуре t = 27° С. Газ расширяется по политропе с показателем n = 1 от объема V_1 = 10 л, до объема V_2 = 30 л. Определите работу, совершаемую газом. Изобразите процесс на p, V диаграмме.

9.4. Идеальный газ совершает политропный процесс с показателем n = – 1. Определите работу, совершаемую 2 молями газа при повышении его температуры от t_1 = 27° С до t_2 = 227° С. Нарисуйте график процесса на диаграмме p, V.

9.5. Некоторый газ совершает процесс, в ходе которого давление p изменяется с объемом по закону $p = p_0 \exp[-\alpha(V - V_0)]$, где p_0 = 6,0 10^5 Па, α = 0,2 м$^{-3}$, V_0 = 2,0 м^3. Найдите работу A, совершаемую газом при расширении от объема V_0 до V_1 = 3,0 м^3. Нарисуйте график зависимости p от V, является ли данный процесс политропным?

9.6. Идеальный газ в количестве ν молей нагревают так, что его температура пропорциональна квадрату давления $T = b\cdot p^2$, где b – заданная константа. Какую работу совершает газ при увеличении давления от p_1 до p_2? Изобразите процесс на p, V диаграмме. Является ли этот процесс политропным?

9.7. В некотором интервале температур ν молей газа, занимающих объем V_0, расширяются так, что температура газа меняется по закону $T = aV - bV^2$, где a и b – заданные константы. Определите работу газа при увеличении его объема в два раза. Нарисуйте график процесса на p, V диаграмме. Является ли этот процесс политропным?

9.8. Выразите работу A, совершенную ν молями идеального газа при политропическом процессе через температуры T_1 и T_2 начального и конечного состояния. Показатель политропы n.

9.9. Теплоизолированный цилиндр, закрытый с обоих концов, делится подвижным теплоизолирующим поршнем пополам. Обе половины цилиндра, объемом V_0 каждая, заполняются идеальным газом до давления p_0. Найдите работу внешних сил A^*, которую нужно совершить, чтобы, медленно двигая поршень, сместить его до половины объема одной из частей.

9.10. В цилиндре под невесомым поршнем находится азот. Первоначальное давление газа на поршень уравновешивается атмосферным давлением p_0. Затем, действуя на поршень извне, выдвигают его из цилиндра настолько медленно, что температура газа в цилиндре практически не меняется. При увеличении объема в $N = 5$ раз работа внешних сил оказалась равной $A^* = 100$ Дж. Определите начальный объем газа V_1.

9.11. Молярная теплоемкость идеального газа в некотором процессе остается постоянной и равной C. Определите уравнение этого процесса и выразите его через p, V параметры. Что это за процесс?

9.12. Идеальный газ совершает процесс, при котором работа газа пропорциональна приращению температуры $\mathrm{d}A = b\ \mathrm{d}T$, где b – заданная константа. Найдите уравнение этого процесса и выразите его через p, V параметры. Что это за процесс?

9.13. Идеальный газ сжимается под поршнем так, что уходящая в окружающую среду теплота равна приращению внутренней энергии газа. Чему равна теплоемкость этого процесса? Определите уравнение процесса и выразите его через p, V параметры. Что это за процесс?

9.14. При изобарическом сжатии некоторого количества кислорода затрачена работа $A^* = 800$ Дж. Какое количество тепла выделилось в окружающую среду при сжатии? Как изменилась внутренняя энергия кислорода?

9.15. Два моля окиси углерода CO расширяются изотермически при температуре $T = 300$ К так, что объем газа увеличивается в $n = 10$ раз. Найти количество тепла, необходимое для осуществления этого процесса, и работу газа при расширении.

9.16. В закрытом сосуде объемом $V = 2{,}5$ л находится водород при температуре $t_1 = 17°$ С и давлении $p = 100$ мм.рт.ст. Водород охлаждают до температуры $t_2 = 0°$ С. Определите а) приращение внутренней энергии газа ΔU; б) количество отданного газом тепла Q^*.

9.17. Некоторое количество азота (масса m = 1,0 кг, начальное давление p_1 = 10 атм, начальная температура T = 293 К) расширяется адиабатически так, что его объем увеличивается в n = 10 раз. Найти работу расширения азота.

9.18. Азот, занимающий объем $V_1 = 2{,}0 \cdot 10^{-3}$ м^3 при давлении $p_1 = 1{,}0 \cdot 10^6$ Па, адиабатически расширился так, что давление его стало равным $p_2 = 1{,}0 \cdot 10^5$ Па. Найти работу расширения газа.

9.19. Воздух, масса которого m = 10 кг, расширяется адиабатически, причем температура его меняется от T_1 = 600 К до T_2 = 300 К. Найти работу расширения воздуха. Воздух считать двухатомным газом, μ = 0,029 кг/моль.

9.20. Кислород, начальный объем и начальное давление которого $V_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ м^3 и $p_1 = 2 \cdot 10^5$ Па, расширяется до объема $V_2 = 2V_1$. Найти работу, совершаемую газом, изменение внутренней энергии и количество подведенного тепла, если расширение происходит: а) изобарически, б) изотермически, в) адиабатически.

9.21. Газ совершает политропный процесс с показателем политропы n = 2. Начальные параметры газа – давление p_1 объем V_1. Конечный объем V_2. Определите: а) работу, совершаемую газом; б) изменение внутренней энергии газа; в) количество подведенного тепла Q.

9.22. Газ азот (N_2) совершает политропный процесс с показателем политропы n = 1,4. Определите количество тепла, подведенное к газу.

9.23. Смесь двух молей гелия и четырех молей азота охлаждают при постоянном объеме на Δt = 20°С. Найдите изменение внутренней энергии смеси газов.

9.24. При изобарическом нагревании газ совершил работу A. Определите количество полученного газом тепла.

9.25. Газ гелий (He) расширяется по закону pV^3 = const. Начальное состояние газа характеризуется параметрами p_1 и V_1. В конечном состоянии объем газа равен V_2. Найдите изменение внутренней энергии газа.

9.26. Идеальный газ совершает политропный процесс с показателем политропы n = 0. Какова молярная теплоемкость C_μ газа при этом процессе?

9.27. Идеальный газ совершает политропный процесс с показателем политропы $|n| \to \infty$. Какова молярная теплоемкость C_μ газа при этом процессе?

9.28. Идеальный газ совершает политропный процесс с показателем политропы n = 1. Какова молярная теплоемкость C_μ газа при этом процессе?

9.29. При расширении идеального газа его давление меняется по закону $p = b/V^2$, где b – константа. Найдите молярную теплоемкость C_μ газа при этом процессе.

9.30. Найдите молярную теплоемкость идеального газа C_μ, расширяющегося по закону $VT^3 = const$. Изобразите данный процесс на диаграммах p, V и p, T.

9.31. Молярная теплоемкость газа в процессе $pT = const$ равна $C_\mu = 29$ Дж/(моль·К). Определите число степеней свободы молекул газа.

9.32. Молярная теплоемкость газа при постоянном давлении составляет $C_P = 29$ Дж/(моль·К). Найдите число степеней свободы молекул газа.

9.33. Найдите молярную теплоемкость C_μ идеального газа для политропного процесса, в котором давление p пропорционально объему V.

9.34. Найдите показатель адиабаты γ для смеси, состоящей из ν_1 молей одноатомного газа и ν_2 молей двухатомного газа.

9.35. При каких значениях показателя политропы n теплоемкость газа отрицательна?

9.36. При расширении идеального газа его давление изменяется по закону $p = p_0 + aV$, где p_0 и a – заданные константы. Найдите молярную теплоемкость C_μ газа в этом процессе. Является ли этот процесс политропным?

10. ВТОРОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ЦИКЛЫ. ЭНТРОПИЯ

10.1. Найти количество теплоты, передаваемой холодильнику в цикле Карно, совершающемуся между температурами $t_1 = 200$°С и $t_2 = 10$°С, если количество теплоты, взятое у нагревателя, равно $Q_1 = 400$ Дж.

10.2. Найти работу моля двухатомного газа, совершающего цикл Карно, если при изотермическом расширении его объем увеличивается в 2,5 раза, а при последующем адиабатическом расширении он производит работу $A_{ад}$ = 6270 Дж.

10.3. Найти коэффициент полезного действия η цикла Карно, зная, что для каждого моля двухатомного газа, совершающего этот цикл, при его адиабатическом сжатии совершается работа $A^*_{ад} = 4{,}2\cdot10^3$ Дж. Температура нагревателя T_1 =600 К.

10.4. Чему равно теоретически наибольшее количество теплоты, которое может быть отнято с помощью холодильной машины от охлаждаемого ею тела, имеющего температуру $t_x = -10$°С, при затрате работы $A^* = 100$ кДж, если температура воды, которой передается отнимаемая от тела теплота, t = +10°С?

10.5. Двухатомный газ совершает круговой процесс, состоящий из двух изохор и двух изобар. Найти КПД η этого цикла, если предельные значения величины объема газа $V_1 = 0{,}1$ м^3 и $V_2 = 0{,}25$ м^3, а давления p_1 =1 атм и p_2 = 2,5 атм.

10.6. Идеальный двухатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изотерм с температурами $T_1 = 300$K и $T_2 = 500$K и двух изохор с объемами V_2

и V_1, причем $V_2 = a\cdot V_1$, где $a = 3$. Найдите КПД цикла. Изобразите цикл на p, V диаграмме.

10.7. Идеальный двухатомный газ совершает круговой процесс состоящий из двух изотерм с температурами T_1 = 300К и T_2 = 500К и двух изобар с давлениями p_2 и p_1, причем $p_2 = a\cdot p_1$, где $a = 3$. Изобразите цикл на p, V диаграмме и найдите его КПД.

10.8. Идеальный двухатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изобар и двух адиабат. Известно, что отношение максимального и минимального давления в пределах цикла $p_2/p_1 = a$, где $a = 3$. Изобразите цикл на p, V диаграмме и найдите его КПД.

10.9. Применяемый в двигателях внутреннего сгорания цикл состоит из двух изохор и двух адиабат. Каков КПД работающего по такому циклу двигателя, в котором горючая смесь сжимается от объема V_2 = 9 л до объема V_1 = 2 л? Принять, что весь цикл происходит с двухатомными газами.

10.10. Идеальный двухатомный газ совершает цикл, состоящий из изобары, адиабаты и изотермы, причем изотермический процесс протекает при минимальной температуре цикла. Отношение максимального и минимального давления в пределах цикла $p_2/p_1 = a$, где $a = 3$. Изобразите цикл на p, V диаграмме и найдите его КПД.

10.11. Идеальный газ совершает цикл, состоящий из изобары, изотермы и адиабаты, причем изотермический процесс протекает при максимальной температуре. Температура в пределах цикла изменяется от T_1 = 300 К до T_2 = 500 К. Изобразите цикл на p, V диаграмме и найдите его КПД.

10.12. Идеальный газ совершает цикл состоящий из изотермического расширения при температуре T_1, изохорического охлаждения до температуры $T_2 = T_1/a$, где $a = 3$ и адиабатического сжатия до исходной температуры. Изобразите цикл на p, V диаграмме и найдите его КПД.

10.13. Идеальный двухатомный газ совершает цикл, состоящий из изотермического расширения газа, изобарного сжатия и изохорного нагрева до исходной температуры. В пределах цикла объем газа меняется в три раза, т.е. $V_2 = a\cdot V_1$, где $a = 3$. Изобразите цикл на p, V диаграмме и найдите его КПД.

10.14. В сосуде содержится 6 молекул:

а) каким числом способов могут быть распределены эти молекулы между левой и правой половиной сосуда?

б) чему равна термодинамическая вероятность W состояния, при котором одна молекула находится в левой половине и остальные в правой? Какова вероятность P такого состояния?

в) чему равна термодинамическая вероятность W состояния, при котором в левой и правой части сосуда находится по три молекулы, т.е. газ распределен равномерно? Какова вероятность P такого состояния?

10.15. Некоторая система перешла из состояния 1 в состояние 2, причем статистический вес второго состояния больше, чем первого в a = 3 раза. Чему равно приращение энтропии системы ΔS_{12}?

10.16. Сосуд разделен перегородками на $n = 3$ равные части. В каждой из них находится воздух в одинаковых состояниях, статистический вес каждого из которых равен W_1. Как изменится термодинамическая вероятность системы, если перегородки убрать? Чему будет равно приращение энтропии?

10.17. Найти приращение энтропии ΔS двух молей одноатомного идеального газа при изохорном нагреве от температуры $t_1 = 0°C$ до $t_2 = 273°C$.

10.18. Найти приращение энтропии ΔS двух молей одноатомного идеального газа при изобарном нагреве от температуры $t_1 = 0°C$ до $t_2 = 273°C$.

10.19. Идеальный газ, расширяясь изотермически при $T = 400$ К, совершает работу $A = 800$ Дж. Чему равно приращение энтропии?

10.20. Воздух массой $m = 1$ кг, поступивший в цилиндр газового двигателя при температуре $t_1 = 15°C$ и давлении $p_1 = 1$ атм, после расширения имеет температуру $t_2 = 100°C$ и давление $p_2 = 0{,}9$ атм. Вычислить изменение энтропии.

10.21. Как надо изменить температуру азота массой $m = 3{,}0$ кг, чтобы, не меняя объема газа, уменьшить его энтропию на $\Delta S = 1\cdot 10^3$ Дж/К. Начальная температура азота $t_1 = 227°C$.

10.22. Найти изменение энтропии меди массой $m = 50$ г при ее нагревании от $t_1 = 27°C$ до $t_2 = 372°C$. Удельная теплоемкость меди $c = 380$ Дж/(кг·К).

10.23. Найти изменение энтропии при замерзании $m = 2$ кг ртути. Теплота плавления ртути $\lambda = 11{,}75$ кДж/кг. Температура замерзания $t = -38{,}9°C$.

10.24. Теплоизолированный сосуд разделен на две равные части перегородкой. В одной половине сосуда содержится идеальный газ, масса которого m. Вторая половина откачана до высокого вакуума. Перегородку убирают и газ заполняет весь объем. Найти приращение внутренней энергии ΔU и изменение энтропии ΔS.

10.25. В одном сосуде, объем которого $V_1 = 1{,}6$ л, находится $m_1 = 14$ г окиси углерода (CO). В другом, объемом $V_2 = 3{,}4$ л, находится $m_2 = 14$ г кислорода (O_2). Температуры газов одинаковы. Сосуды соединяют и газы смешиваются. Найдите приращение энтропии ΔS при смешении газов.

10.26. Найти изменение энтропии системы, описанной в задаче 10.25, если в первом сосуде находится такое же по массе количество кислорода.

10.27. Идеальный газ, расширяясь изотермически при температуре T, переходит из состояния 1 с энтропией S_1 а состояние 2 с энтропией S_2. Изобразите процесс на T, S – диаграмме. Учитывая то, что площадь, лежащая под графиком зависимости $T(S)$, равна количеству переданного системе тепла, определите работу, совершенную газом в ходе этого процесса.

10.28. В некоторой температурной области энтропия системы изменяется по закону $S = a + bT$, где $a = 100$ Дж/К, $b = 5{,}0$ Дж/К^2. Какое количество тепла Q получает система при обратимом ее нагреве от $T_1 = 290$ К до $T_2 = 310$ К? (См. задачу 10.27).

10.29. Нарисуйте на T, S диаграмме цикл Карно и найдите его КПД (см. задачу 10.27).

10.30. Идеальный газ совершает цикл, в котором он адиабатно расширяется, при этом его температура падает от $T_н$ до $T_х$, затем идет процесс изотермического сжатия при температуре $T_х$. Далее он возвращается в исходное состояние так, что приращение энтропии газа оказывается пропорционально изменению его температуры, т.е. (см. задачу 10.27). $S = a + bT$. Изобразите цикл на T, S диаграмме и найдите его КПД.

11. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МОЛЕКУЛ ПО СКОРОСТЯМ И ЭНЕРГИЯМ. ЗАКОНЫ МАКСВЕЛЛА И БОЛЬЦМАНА

11.1. Дана $f(x)$ – функция распределения вероятностей некоторой величины x. Запишите выражение для $P(a \le x \le b)$ – вероятности того, что значение величины x находится в интервале от a до b. В чем заключается условие нормировки функции распределения.

11.2. Пусть при стрельбе по мишени функция распределения вероятностей попадания пули в мишень имеет вид $f(r) = A\mathrm{e}^{-\alpha r^2}$, где α – заданный коэффициент, а r – расстояние до центра мишени. Каков смысл функции $f(r)$? Как из условия нормировки найти коэффициент A? Чему он равен? Найдите вероятность попадания пули в кольцо, внутренний и внешний радиусы которого равны соответственно R_1 и R_2.

11.3. В условии задачи 11.2 найдите радиус кольца, вероятность попадания в которое наивысшая. Чему равен «среднеквадратичный радиус» $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$?

11.4. Имеется пучок молекул, движущихся вдоль оси x. Функция распределения молекул по скоростям имеет вид $f(\upsilon_x) = b$ при $\upsilon_1 \le \upsilon_x \le \upsilon_2$ и равна нулю вне этого интервала. Нарисуйте график этой функции. Определите: а) коэффициент b, б) среднюю скорость молекул $\langle \upsilon \rangle$, в) среднеквадратичную скорость, если $\upsilon_1 = 100$ м/с, а $\upsilon_2 = 200$ м/с.

11.5. Преобразуйте функцию Максвелла, перейдя от переменной υ к переменной $x = \dfrac{\upsilon}{\upsilon_{вер}}$, где $\upsilon_{вер}$ – наиболее вероятная скорость молекул.

11.6. Вычислить наиболее вероятную, среднюю и среднеквадратичную скорость молекул кислорода (O_2) при $t = 20°C$.

11.7. Чему равна вероятность того, что найдется молекула скорость которой, точно равна: а) наиболее вероятной скорости, б) средней скорости, в) $\upsilon_{\text{ср.кв}}$?

11.8. Какова доля молекул газа $\Delta N / N$, скорости которых отличаются не более чем на 1% от: а) наиболее вероятной скорости, б) средней скорости, в) среднеквадратичной скорости?

11.9. Какая температура соответствует средней квадратичной скорости молекул кислорода (O_2), равной 720 км/час?

11.10. Найдите относительное число молекул $\Delta N / N$, модуль скорости которых больше средней скорости.

11.11. Определить температуру водорода (H_2), для которой средняя квадратичная скорость молекул больше их наиболее вероятной скорости на $\Delta\upsilon$ = 400 м/с.

11.12. Определить температуру гелия (He), при которой скоростям молекул υ_1 = 300м/с и υ_2 = 600 м/с соответствуют одинаковые значения функции распределения молекул.

11.13. Найдите сумму модулей импульсов молекул $\sum |m_0 \vec{\upsilon}_i|$, содержащихся в молекуле азота (N_2), при температуре t = 20° С.

11.14. Смесь водорода (H_2) и гелия (He) находится при температуре T = 300К. При каком значении скорости молекул максвелловские функции распределения этих газов пересекаются?

11.15. Найти функцию распределения молекул идеального газа по кинетическим энергиям из распределения Максвелла молекул по скоростям. Определить среднюю кинетическую энергию молекул идеального газа.

11.16. Давление воздуха на уровне моря p = 750 мм рт.ст., а на вершине горы p = 590 мм рт.ст. Какова высота горы, если температура воздуха на любой высоте t = 5° С.

11.17. Найти давление воздуха: а) над поверхностью Земли на высоте h = 10 км; б) в скважине на глубине ℓ = 10 км. Считать, что температура воздуха везде одинакова и равна t = 0°С. Давление на уровне моря p = 760 мм рт.ст., молярная масса воздуха μ = 29 г/моль.

11.18. На какой высоте h плотность кислорода уменьшится на 1%? Температура газа t = 27°С.

11.19. Определить массу m_1 воздуха в цилиндре с площадью основания S = 1 м^2 и высотой h = 1 км, используя распределение Больцмана. Считать, что давление воздуха у основания цилиндра p_0 = 1 атм, температура по всей высоте равна t = 17° С. Молярная масса воздуха μ = 29 г/моль. Определить массу m_2 воздуха в том же цилиндре, пренебрегая полем тяжести Земли.

11.20. Найти среднюю потенциальную энергию молекул воздуха в поле тяжести Земли. Атмосферу считать изотермической.

12. ДЛИНА СВОБОДНОГО ПРОБЕГА. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

12.1. Средняя длина свободного пробега молекул азота при нормальных условиях $\lambda_1 = 8{,}6\cdot10^{-6}$ м. Вычислить среднюю длину свободного пробега λ_2 при температуре $t = 0°$C и давлении $p_2 = 0{,}001$ мм рт. ст.

12.2. Воздух нагревается в открытой колбе от $t_1 = 7°$C до $t_2 = 35°$C. Найти среднюю длину свободного пробега его молекул λ_2 после нагревания, если до нагревания эта длина равнялась $\lambda_1 = 9{,}5\cdot10^{-6}$ м.

12.3. В вакуумной технике называют вакуумом такое разрежение газа, при котором средняя длина свободного пробега молекул равна или больше линейных размеров того сосуда, в котором находится этот газ. Какому давлению соответствует такое состояние газа, если размеры сосуда $\ell = 20$ см, а эффективный диаметр молекул газа $d = 3\cdot10^{-8}$ см? Температура $t = 0°$C.

12.4. Вычислить среднее время свободного пробега τ молекул кислорода при давлении $p = 2$ мм рт. ст. и при температуре $t = 27°$C. Эффективный диаметр молекул кислорода $d = 2{,}9\cdot10^{-8}$ см.

12.5. Сколько столкновений испытывает в среднем каждая молекула азота (N_2) за одну секунду при нормальных условиях? Эффективный диаметр молекул азота $d = 3{,}1\cdot10^{-8}$ см.

12.6. Водяной пар диффундирует из пространства над широким сосудом с теплой водой, где его плотность $\rho_1 = 25$ г/м^3, в окружающий его объем воздуха. На расстоянии $\ell = 1$ м пар конденсируется на холодном стекле, около которого плотность насыщенного пара $\rho_2 = 7{,}5$ г/м^3. Принимая процесс диффузии пара в воздух установившимся и полагая, что среднее значение коэффициента диффузии $D = 2{,}4\cdot10^{-5}$ м^2/с, вычислить, в течение какого времени на поверхности $S = 1$ дм^2 стекла осаждается $m = 0{,}2$ мг влаги.

12.7. Поезд метро движется в тоннеле со скоростью $\upsilon = 60$ км/ч. Найти силу трения на каждый квадратный метр крыши поезда. Сила трения возникает вследствие различия скоростей в слоях воздуха в направлении, перпендикулярном плоскости крыши, при отсутствии вихревых движений воздуха. Расстояние от крыши поезда до поверхности тоннеля $\ell = 1$ м. Коэффициент внутреннего трения воздуха $\eta = 1{,}8\cdot10^{-5}$ кг/м·с.

Указание. Сила трения вычисляется по закону Ньютона для внутреннего трения. Градиент скорости можно оценить, если считать, что слой воздуха, примыкающий к крыше поезда, движется со скоростью υ, а слой примыкающий к потолку тоннеля, имеет скорость, равную нулю.

12.8. Над диском, который может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр инерции, подвешен второй такой же диск. Найти момент силы трения M, действующий на верхний диск, если нижний диск вращается с угловой скоростью ω. Известны радиусы дисков R, расстояние между дисками d, коэффициент вязкости воздуха η.

12.9. Две плиты (одна железная толщиной d_1 = 5 см и другая медная толщиной d_2 = 10 см) положены друг на друга. Найти температуру в месте соприкосновения плит, если поддерживаются постоянными температуры наружных поверхностей: железной плиты t_1 = 100°С, а медной t_2 = 20°С. Коэффициенты теплопроводности железа и меди соответственно равны χ_1 = 58,6 Вт/(м·К) и χ_2 = 385 Вт/(м·К).

12.10. Коэффициент диффузии водорода (H_2) при нормальных условиях равен D = 1,31·10^{-4} м^2/с. Чему равен при этих условиях коэффициент внутреннего трения водорода?

12.11. Коэффициент внутреннего трения кислорода (O_2) при нормальных условиях η = 1,87·10^{-5} кг/м·с. Найти среднюю длину свободного пробега молекул кислорода при этих условиях.

12.12. Принимая коэффициент теплопроводности азота (N_2) при t = 0°С равным χ = 0,13 Вт/(м·К), найти эффективный диаметр его молекул.

12.13. При температуре t_1 = 0°С коэффициент внутреннего трения водорода η_1 = 8,5·10^{-6} кг/м·с. До какой температуры надо нагреть газ, чтобы его коэффициент внутреннего трения стал η_2 = 19,2·10^{-6} кг/с·м?

12.14. Найти предельное значение давления, ниже которого теплопроводность газа, заключенного между стенками дьюаровского сосуда, начинает зависеть от давления. Расстояние между стенками ℓ = 5 мм. Эффективный диаметр молекул газа d = 3·10^{-8} см, температура газа t = 20°С.

13. УРАВНЕНИЕ ВАН-ДЕР-ВААЛЬСА

13.1. Найти давление массы m = 2,2 кг углекислого газа (CO_2), занимающего при температуре t = 27°С объем V = 20 л из уравнения Ван-дер-Ваальса (p) и уравнения Клапейрона-Менделеева (p'). Для углекислого газа в уравнении Ван-дер-Ваальса a = 0,36 Н·м^4/моль^2 и b = 4,3·10^{-5} м^3/моль.

13.2. Во сколько раз поправка в уравнении Ван-дер-Ваальса на объем молекул больше эффективного объема молекул азота, если для него эта поправка равна b = 3,7·10^{-5} м^3/моль? Эффективный диаметр молекул азота d = 3,1·10^{-8} см.

13.3. Найти постоянные a и b в уравнении Ван-дер-Ваальса для углекислого газа, если его критическое давление $p_{кр}$ = 7,4 МПа, а критическая температура $T_{кр}$ = 304 К.

13.4. В уравнении Ван-дер-Ваальса для воды постоянная a = 5,6·10^{-4} Н·м^4/моль^2. Найти внутреннее давление воды.

13.5. В уравнении Ван-дер-Ваальса для воды постоянная $b = 3{,}0\cdot10^{-5}$ м^3/моль. Найти критическую плотность воды.

13.6. Считая постоянную уравнения Ван-дер-Ваальса для моля кислорода $a = 0{,}14$ Н·м^4/моль^2, вычислить работу сил взаимного притяжения молекул кислорода массой $m = 1$ г при увеличении его объема от $V_1 = 0{,}5$ л до $V_2 = 5$ л.

13.7. В ампулу объемом $V_{\text{амп}} = 3$ см^3 наливается эфир, его плотность $\rho = 0{,}71$ г/см^3. Ампула запаивается и эфир нагревается до критической температуры $t_{\text{кр}} = 194$°C. Какой первоначальный объем должен занимать в ампуле эфир, чтобы после нагревания он пришел в критическое состояние? Критическое давление эфира $p_{\text{кр}} = 35{,}5$ атм.

Указание. $V_{\text{кр}} = \dfrac{m}{\mu}3b = V_{\text{амп}}$.

13.8. Получить выражение для работы A, совершаемой молем ван-дер-ваальсовского газа при изотермическом расширении от объема V_1 до объема V_2.

13.9. Моль азота расширяется адиабатически в пустоту, в результате чего объем газа увеличивается от $V_1 = 1$ л до $V_2 = 10$ л. Определить приращение температуры газа, если для азота постоянная $a = 0{,}135$ Н·м^4/моль^2.

13.10. Найти выражение для приращения энтропии моля ван-дер-ваальсовского газа (в переменных T и V).

ОТВЕТЫ:

1.1. $\Delta\vec{\upsilon} = -2\vec{\upsilon}$, $|\Delta\vec{\upsilon}| = 2\upsilon$, $\Delta\upsilon = 0$.

1.2. а) прямая линия, выходящая из начала координат, б) линия, все точки которой лежат на сфере радиуса r.

1.3. а) $\Delta\vec{\upsilon} = 1\vec{i} + 1\vec{j} + 1\vec{k}$ (м/с); б) $|\Delta\vec{\upsilon}| = 1{,}73$ м/с; в) $\Delta\upsilon = 1{,}57$ м/с.

1.4. Траектория – четверть окружности; $\langle\vec{\upsilon}\rangle = \dfrac{2\upsilon}{\pi}\left(\vec{i} + \vec{j}\right)$; $|\langle\vec{\upsilon}\rangle| = \dfrac{2\sqrt{2}\upsilon}{\pi} = 0{,}90\upsilon$.

1.5. а) $\vec{\upsilon} = 6t\vec{i} + 2\vec{j}$ (м/с), $\vec{a} = 6\vec{i}$ (м/с^2); б) $|\vec{\upsilon}| = 2\sqrt{1+9t^2}$ (м/с) $|\vec{a}| = 6$ м/с^2.

1.6. Траектория $y = C$ (см. рис. 1.6), $\upsilon_x = B$, $\upsilon_y = 0$.

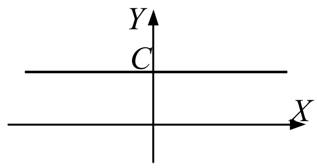


Рис. 1.6

1.7. Траектория см. рис. 1.7, $\upsilon_x = B - 2At$, $\upsilon_y = 0$; $a_x = -2A$, $a_y = 0$, $S = 2x_{\max} = \dfrac{B^2}{2A}$.

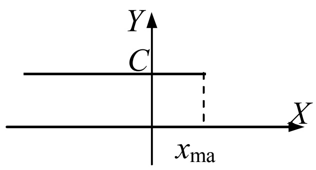


Рис. 1.7

1.8. Траектория – парабола (см. рис. 1.8), $\upsilon_x = B - 2At$, $\upsilon_y = D$, $\upsilon = \sqrt{\left(B - 2At\right)^2 + D^2}$ $a_x = -2A$, $a_y = 0$.

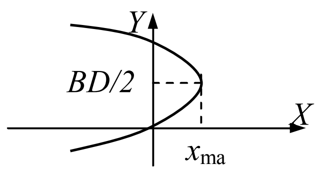


Рис. 1.8

1.9. Траектория – окружность радиуса R: $x^2+y^2 = R^2$, $|\vec{\upsilon}| = \omega R$, $|\vec{a}| = \omega^2 R = \upsilon^2 / R$.

1.10. $\upsilon = t^2 + 2 = 11\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}}, a = 2t = 6\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

1.11. $t = \left(\upsilon_0 + \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}\right)\big/ g = 3{,}4$ с, $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh} = 19{,}9$ м/с.

1.12. $t = \upsilon_0 / g + \tau / 2 = 2{,}5$ с, $H = \dfrac{\upsilon_0^2}{2g} - \dfrac{g\tau^2}{8} = 18{,}7$ м.

1.13. $a = 2\ell / \tau_1\tau_2 = 0{,}3$ м/с^2, $\upsilon_0 = \ell(\tau_1 + \tau_2)/\tau_1\tau_2 = 0{,}45$ м/с.

1.14. $S = 0{,}5\alpha t_0^2$.

1.15. а) $s = \dfrac{\upsilon_0}{b}(1 - \exp\{-bt\})$; б) $\upsilon = \upsilon_0 \exp\{-bt\}$.

1.16. $\upsilon(x) = \sqrt{cx}$, $\upsilon = 6$ м/с при $x = 3$ м.

1.17. $x = \upsilon_0 t = 25t$, $y = H - gt^2/2 = 25 - 5t^2$,

$y = -gx^2/2\upsilon_0^2 + H = -8\cdot 10^{-3}x^2 + 25$,

$t_п = \sqrt{2H/g} = 2{,}2$ с, $L = \upsilon_0 t_п = 55$ м.

1.18. 1) $x = (\upsilon_0 \cos\alpha)\cdot t$, $y = (\upsilon_0 \sin\alpha)\cdot t - gt^2/2$;

2) $y = -\dfrac{gx^2}{2(\upsilon_0 \cos\alpha)^2} + x\,\mathrm{tg}\alpha$;

3) $t_п = 2\upsilon_0 \sin\alpha / g$; 4) $\rho = (\upsilon_0 \cos\alpha)^2 / g$.

1.19. $L = 1/c$, $\alpha = 45°$.

1.20. $x = (\upsilon_0 \cos\alpha)\cdot t$, $y = H + (\upsilon_0 \sin\alpha)\cdot t - gt^2/2$, $y = -\dfrac{gx^2}{2(\upsilon_0 \cos\alpha)^2} + x\,\mathrm{tg}\alpha + H$;

$L = (\upsilon_0 \cos\alpha)\cdot t_п$, где $t_п = \left(\upsilon_0 \sin\alpha + \sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}\right)\Big/ g$

1.21. $H = \dfrac{\upsilon_1}{\upsilon_2} S$, $h = \dfrac{S}{\upsilon_2}\left(\upsilon_1 - \dfrac{gS}{2\upsilon_2}\right)$.

1.22. $R = \dfrac{2\upsilon_1^2 \cos^2\alpha_1}{g\cos\alpha_2} = 5{,}9$ м, $a_n g\cos\alpha_2 = 8{,}5$ м/с^2,

$a_\tau = \pm g\sin\alpha_2 = \pm 4{,}9$ м/с^2.

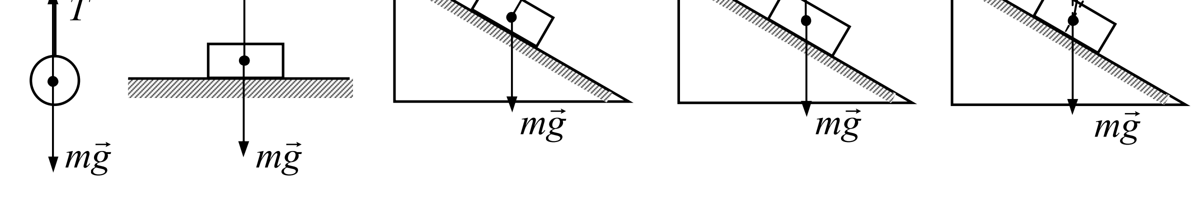
1.23. $\nu = (\upsilon_1 - \upsilon_2)/2\pi\ell = 1{,}6$ об/с, $R = \dfrac{\upsilon_1}{\upsilon_1 - \upsilon_2}\ell = 0{,}3$ м.

1.24. $\upsilon = 2\pi\nu\ell/\alpha = 800$ м/с.

1.25. $\omega_0 = B = 2$ рад/с, $\omega(t_1) = B + 3C\cdot t_1^2 = -10$ рад/с,

$\varepsilon(t_1) = 6\,C\cdot t_1 = -12$ рад/с^2.

2.1.



2.2. $\vec{F} = 2mc \cdot \vec{j}$

2.3. $\vec{F} = ma \cdot \vec{i} + 2mbt \cdot \vec{j}$, $\alpha = 0$.

2.4. $F = m\omega^2 a$.

2.5. $N = mg + m\left(\upsilon + \sqrt{2gh}\right)/\tau = 158\,\text{Н}$

2.6. $F_{\text{ср}} = \dfrac{3}{8} \cdot \dfrac{m\upsilon^2}{d} = 9 \cdot 10^3$ Н.

2.7. $F = \upsilon^2 S\rho = 10\,\text{Н}$.

2.8. $F = 2\rho Shg = 2mg$, где m – масса струи водопада.

2.9. $M = \dfrac{N}{g + \upsilon^2 / \ell}$.

2.10. $\mu = \dfrac{1}{2}\text{ctg}\alpha$.

2.11. а) $a = \dfrac{F}{m} = 10\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$ $T = F = 10$ Н;

б) $a = \dfrac{m_0 g}{m + m_0} = 0{,}9\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $T = \dfrac{m_0 m}{m + m_0} g = 9$ Н.

2.12. $T_1 = \dfrac{F_1 m_2 + F_2 m_1}{m_1 + m_2} = 38\,\text{Н}$, $T_2 = \dfrac{F_1 m_1 + F_2 m_2}{m_1 + m_2} = 43\,\text{Н}$.

2.13. $F = \left[F_1(L - \ell) + F_2 \ell\right]/L$.

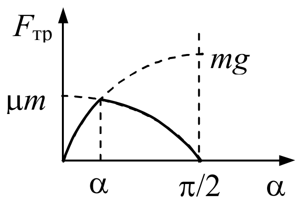
2.14. $F = T\dfrac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 + m_2} = 90\,\text{Н}$.

2.15. $F_1 = m(g - a) = 670\,\text{Н}$, $F_2 = m(g + a) = 700\,\text{Н}$.

2.16. $F = m(g - a) = 60\,\text{Н}$.

2.17. $m = \dfrac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} = 99\,\text{кг}$.

2.18.



$\alpha_0 = \text{arctg}\mu$.

2.19. $a_1 = g(\sin\alpha - \mu_1 \cos\alpha) = 4{,}3\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $a_2 = 0$.

2.20. $F = \dfrac{mg\mu}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} = 3 \cdot 10^2$ Н.

2.21. Покой: $F_{\text{тр}} = ct$; скольжение $F_{\text{тр}} = \mu mg$.

2.22. $t = \mu mg / b(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) = 167$ с.

2.23. $\upsilon = \dfrac{mg^2}{2b}\dfrac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$.

2.24. $a = \dfrac{g(m_2 - m_1 \sin\alpha)}{m_1 + m_2} = 8{,}0\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $T = \dfrac{m_1 m_2 g(1+\sin\alpha)}{m_1 + m_2} = 1{,}8\,\text{Н}$.

2.25. $a = \dfrac{m_2 - m_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{m_1 + m_2} = 7{,}9\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $T = m_2(g - a) = 1{,}9$ Н.

2.26. $T = \dfrac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}(\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2) = 25\,\text{Н}$.

2.27. $m = F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)/\,g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$.

2.28. $a = g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)/(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)$.

2.29. $F_{\min} = \mu m_2 g(1 + m_2 / m_1)$.

2.30. При $t < t_0$ $a_1 = a_2 = \dfrac{bt}{m_1 + m_2}$; при $t > t_0$ $a_1 = \dfrac{m_2}{m_1}\mu g$, $a_2 = \dfrac{at - \mu m_2 g}{m_2}$;

где $t_0 = \mu g \dfrac{m_2(m_1 + m_2)}{b m_1}$.

2.31. $F_{\max} / mg = 6$.

2.32. $\Delta x = \dfrac{F}{2k}$.

2.33. $\Delta\ell = \dfrac{F}{2k}$.

2.34. $k_{\min} = (m_1 + m_2)\dfrac{\mu^2 g^2}{\upsilon^2}$.

2.35. $T = \dfrac{2 m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} = 10{,}25\,\text{Н}$, $a_2 = \dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g = 0{,}47$ м/с^2.

2.36. $a_1 = \dfrac{2(2m_1 - m_2)g}{4m_1 + m_2}$, $a_2 = -\dfrac{a_1}{2}$, $T = \dfrac{3 m_1 m_2}{4 m_1 + m_2} g$.

2.37. $a_3 = g\left(1 - \dfrac{8 m_1 m_2}{4 m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_2 m_3}\right) = 0{,}6\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2.38. $a = \dfrac{(m_2 - m_1)^2}{(m_2 + m_1)^2} g = 9{,}8 \cdot 10^{-4}\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2.39. 1) $\alpha = 0$, $T = mg$; 2) $\alpha = \operatorname{arctg}\dfrac{a}{g}$, $T = m\sqrt{a^2 + g^2}$.

2.40. $a_1 = \dfrac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{m_1 + m\sin^2\alpha}$.

2.41. $x(t) = \dfrac{m\upsilon_0}{\beta}\left(1 - \exp\left\{-\dfrac{\beta}{m}t\right\}\right)$.

2.42. $x(t) = \dfrac{x_0}{2}\left(\exp\left\{\sqrt{\dfrac{b}{m}}t\right\} + \exp\left\{-\sqrt{\dfrac{b}{m}}t\right\}\right)$.

2.43. $\upsilon = \dfrac{mg}{\beta}\left(1 - \exp\left\{-\dfrac{\beta}{m}t\right\}\right)$.

2.44. $T_2 = T_1 \exp(\mu\alpha)$.

2.45. $a = \dfrac{m_1 - m_2 \exp(\pi\mu)}{m_1 + m_2 \exp(\pi\mu)} g$ при $m_1 > m_2 \exp(\pi\mu)$.

3.1. $\upsilon = \sqrt{gR} = 7{,}9\ \dfrac{\text{км}}{\text{с}}$.

3.2. $T = 2\pi\sqrt{R/g} = 5030$ с.

3.3. $T = \sqrt{3\pi/G\rho} = 6850$ с.

3.4. $T = 2\pi\sqrt{L^3/GM}$.

3.5. $\nu_1 = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{\mu g}{R}} = 0{,}36\ \text{с}^{-1}$, $F_{\text{тр.покоя}} = \mu g/4 = 0{,}12$ Н.

3.6. $R = k\ell_0 T^2 / \left(kT^2 - 4\pi^2 m\right)$, $\omega = \sqrt{k/m}$.

3.7. $R = R_0 / \left(1 - m\omega^2 / 4\pi^2 k\right)$.

3.8. а) $T_{\text{кр}} = mg\cos\alpha$; $T_{\text{ср}} = mg(3 - 2\cos\alpha)$;

б) $\alpha_1 = 60°$; в) $\operatorname{tg}\left(\dfrac{\alpha_2}{2}\right) = \dfrac{1}{2}$; $\alpha_2 = 53°$.

3.9. $\upsilon_{\min} = \sqrt{5g\ell}$, $\upsilon_{\min} = \sqrt{4g\ell}$.

3.10. $\alpha = 54{,}7°$.

3.11. $\omega = \sqrt{g/h} = 3{,}2\ \text{с}^{-1}$.

3.12. $\omega = \sqrt{(g+a)/h} = 3{,}4\ \text{с}^{-1}$.

3.13. $\upsilon_{\max} = \sqrt{gR\mu} = 14\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$; $\operatorname{tg}\alpha = \mu$; $\alpha = 22°$

3.14. $\upsilon_{\min} = \sqrt{\dfrac{g(R - d\cos\alpha_0)}{\mu}} = 16\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$; $\alpha_0 = \operatorname{arctg}\mu = 22°$; $\alpha_1 = \operatorname{arctg}\dfrac{gR}{v_1^2} = 15°$.

3.15. $\alpha = \operatorname{arctg}\left(4\pi^2\nu^2 r/g\right) = 38°$.

3.16. $H \geq \dfrac{5}{2}R$.

3.17. $N_1 = 6mg$, $N_2 = N_4 = 3mg$, $N_3 = 0$.

3.18. $h = \dfrac{2}{3}R = 20$ см.

4.1. а) $I = \dfrac{m\ell^2}{3}$; б) $I = \rho_0 V\ell^2\left(\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4}k\right) = \dfrac{m\ell^2}{3}\left(\dfrac{4+3k}{4+2k}\right)$.

4.2. а) $I = \dfrac{m\ell^2}{12}$; б) не изменится; в) $I = \dfrac{m\ell^2}{12}\sin^2\theta$.

4.3. $I=\frac{m\ell^2}{12}+\frac{(m_1+m_2)\ell^2}{4}$.

4.4. $I=\frac{mR^2}{4}$.

4.5. а) $I=\frac{mb^2}{12}$; б) $I=\frac{m(a^2+b^2)}{12}$.

4.6. $I=\frac{m(a^2+b^2)}{12}$.

4.7. $I=\frac{3}{10}mR^2$.

4.8. $I=\frac{2}{3}mR^2$.

4.9. $I=\frac{8}{15}\rho\pi\left(R^5-R_1^5\right)$

4.10. $a=\frac{g(m_1-m_2)}{m+m_1+m_2}=3{,}6\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $N=\frac{4m_1m_2+2m(m_1+m_2)+m^2}{m+m_1+m_2}\cdot g=9{,}4\ \text{Н}$.

4.11. $\varepsilon=\frac{g(m_1R_1-m_2R_2)}{I+m_1R_1^2+m_2R_2^2}=16\ \text{с}^{-2}$; $T_1=m_1(g-\varepsilon R_1)=2{,}0\ \text{Н}$;

$T_2=m_2(g+\varepsilon R_2)=2{,}3\ \text{Н}$.

4.12. $t=\frac{mR^2\omega}{Fr}=250\ \text{с}$.

4.13. $T=\frac{mg\left(I_0+4m_1R^2\right)}{I_2+4m_1R^2+mr^2}=55\ \text{Н}$; $a=g-T/m$

4.14. $a=\frac{2}{3}g=6{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $T=\frac{mg}{3}=20\ \text{Н}$.

4.15. $a=\frac{2}{3}g\sin\alpha=3{,}3\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

4.16. $\tau=\frac{\omega_0R}{\mu g}$.

4.17. $M=\frac{2}{3}\mu mgR$, $\tau=\frac{3}{4}\frac{\omega_0R}{\mu g}$.

4.18. $\tau=\frac{2}{7}\frac{\upsilon_0}{\mu g}=0{,}19\ \text{с}$, $S=\frac{12}{49}\frac{\upsilon_0^2}{\mu g}=0{,}33\ \text{м}$.

4.19. $\tau=\frac{1}{3}\frac{\omega_0R}{\mu g}=0{,}5\ \text{с}$, $S=\frac{1}{18}\frac{\omega_0^2R^2}{\mu g}=0{,}25\ \text{м}$.

4.20. $\omega = \dfrac{mgr(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{mr^2 + I}t.$

4.21. $a_1 = \dfrac{m_1 - m_2\sin\alpha}{m_1 + \frac{3}{2}m_2}g\,.$

4.22. $a_1 = \dfrac{2m_1 - m_2\sin\alpha}{m_2 + 2m_1}g = 6{,}86\,\text{м/с}^2\,,\ T = \dfrac{m_1 m_2}{2m_1 + m_2}(1 + \sin\alpha)g = .$

4.23. $T = \dfrac{mg}{2} = 2{,}5\,\text{Н}\,;\ \varepsilon = \dfrac{g}{r} = 98\,\text{с}^{-2}\,.$

4.24. $F_{\text{тр}} = m_2 g\dfrac{m_1 - I/R^2}{m_1 + 4m_2 + I/R^2}$, а) $I = m_1 R^2/2\,,\ F_{\text{тр}} = \dfrac{m_1 m_2 g}{3m_1 + 8m_2}$;

б) $I = m_1 R^2\,,\ F_{\text{тр}} = 0\,.$

4.25. а) $a_1 = \dfrac{m_1(R - r)^2}{m_1(R - r)^2 + mR^2 + I}g = 2{,}8\,\text{м/с}^2$;

б) $a_1 = \dfrac{m_1(R + r)^2}{m_1(R + r)^2 + mR^2 + I}g = 7{,}7\,\text{м/с}^2\,.$

4.26. $a = \dfrac{F}{m}\dfrac{(R\cos\alpha - \tau)}{(\beta + 1)R}$. При $R\cos\alpha > r$ катушка катится в направлении силы F, в противном случае – обратно.

4.27. $a = \dfrac{mgr(r\sin\alpha - \mu(R + r)\cos\alpha)}{I + mr^2} = 5{,}8\,\text{м/с}^2\,,\ \alpha \ge \operatorname{arctg}\dfrac{\mu(R + r)}{r}\,.$

4.28. $a = \dfrac{mgr(r\sin\alpha - \mu(R - r)\cos\alpha)}{I + mr^2} = 6{,}6\,\text{м/с}^2\,,\ \alpha \ge \operatorname{arctg}\dfrac{\mu(R - r)}{r}\,.$

5.1. $\Delta p_1 = m\sqrt{2gh} = 0{,}5\,\text{кг}\cdot\text{м/с}\,;\ \Delta p_2 = 2m\sqrt{2gh} = 1\,\text{кг}\cdot\text{м/с}\,.$

5.2. $\Delta p_1 = \sqrt{2}m\upsilon \approx 14\,\text{кг}\cdot\text{м/с}\,;\ \Delta p_2 = 2m\upsilon = 20\,\text{кг}\cdot\text{м/с}\,;\ \Delta p_3 = 0\,.$

5.3. $\left|\langle m\vec{\upsilon}\rangle\right| = \dfrac{2m\upsilon}{\pi} = 6{,}4\,\text{кг}\cdot\text{м/с}\,.$

5.4. а) $\Delta\vec{p} = m\vec{g}\tau$; б) $\langle\vec{p}\rangle = m\vec{\upsilon}_{\text{горизонт.}} = m\vec{\upsilon}_0 + m\vec{g}\tau/2\,.$

5.5. $\Delta p = 2m\upsilon_0\sin\alpha = 100\,\text{кг}\cdot\text{м/с}$; $\Delta\vec{p}$ направлен вертикально вниз; $t_{\text{п}} = \Delta p/mg = 2\upsilon_0\sin\alpha/g = 2\,\text{с}\,.$

5.6. $u = \sqrt{(m_1\upsilon_1)^2 + (m_2\upsilon_2)^2}\Big/(m_1 + m_2)$,
угол между $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{u}$ $\alpha = \operatorname{arctg}(m_2\upsilon_2/m_1\upsilon_1)$.

5.7. $\upsilon_2 = \sqrt{4\upsilon^2 + \left(\dfrac{h}{\tau} - \dfrac{g\tau}{2}\right)^2} = 250\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$; $\beta = \operatorname{arctg}\dfrac{\frac{h}{\tau} - \frac{g\tau}{2}}{2\upsilon} = 38^\circ\,.$

5.8. $\upsilon_1 = \upsilon_2' \dfrac{m}{m_1 - m\left(1 + \dfrac{m_1}{m_2}\right)} = 0{,}5\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$; $\upsilon_2 = \upsilon_2' \dfrac{(m_1 - m)}{m_1 - m\left(1 + \dfrac{m_1}{m_2}\right)} = 4{,}5\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

5.9. $\ell = \dfrac{m + m_1}{m_1} s = 4\text{ м}$.

5.10. $\Delta L = m_2 \upsilon \upsilon_0 \sin\alpha / m_1 g$.

5.11. $\upsilon = \dfrac{3m}{M - 3m} \cdot u = 2\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$,

$\upsilon_3 = m\upsilon\left(\dfrac{1}{M - m} + \dfrac{1}{M - 2m} + \dfrac{1}{M - 3m}\right) = 20{,}27\text{ м/с}$,

$\upsilon_0 = \dfrac{3m\upsilon}{M - 3m} = 20{,}40\text{ м/с}$, т.е. $\upsilon_0 > \upsilon_3$.

5.12. $t = \dfrac{m}{\mu}\left(1 - \exp\left\{-\dfrac{\upsilon}{u}\right\}\right) = 1{,}2\text{ с}$.

5.13. $M = m_0 \exp\left\{-\dfrac{gt}{\upsilon}\right\}$.

5.14. $\upsilon = \dfrac{m_0 \upsilon_0}{m_0 + \mu t}$; $a = \dfrac{\mu m_0 \upsilon_0}{(m_0 + \mu t)^2}$.

5.15. $\Delta t = \dfrac{\mu \upsilon_0}{g\cos\alpha\left(\mu^2 - \mathrm{tg}^2\alpha\right)}$.

5.16. $A = 6a$ Дж.

5.17. $A = 6a$ Дж.

5.18. $A = 0$, ибо тело движется по окружности под действием центральной силы.

5.19. $A = m(a + g)\dfrac{a\tau^2}{2} = 1{,}6 \cdot 10^4$ Дж.

5.20. $A = \dfrac{3}{2}\rho R^2$.

5.21. $A = 0{,}5(\mu_1 + \mu_2) m g \ell$.

5.22. $A = \dfrac{1}{6} \cdot \dfrac{g^2 m^3}{\mu^2}$.

5.23. $\mu = \dfrac{\upsilon^2}{2gs} = 0{,}85$.

5.24. $s = \dfrac{m_1}{(m_1 + m)} \cdot \dfrac{\upsilon^2}{2\mu g}$.

5.25. $\mu = \upsilon^2 / 3g\ell = 0{,}7$.

5.26. $\upsilon = x\sqrt{c/m}$.

5.27. $\upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_1{}^2 - \dfrac{2k}{m}\dfrac{(x_2 - x_1)}{x_1 x_2}} = 8{,}9$ м/с.

5.28. $h = \ell/4$.

5.29. $\alpha = \arccos\left(1 - \dfrac{h}{\ell}\right)$, где $h = \dfrac{\upsilon^2}{2g}\left(\dfrac{m}{m + m_1}\right)^2$, $\alpha = 15°$;

$$\frac{W_{\text{деф}}}{W_{\text{пули}}} = \frac{m_1}{m + m_1} = 0{,}996 \approx 1;$$

$$\alpha' = \arccos\left(1 - \frac{h}{\ell}\right), \text{ где } h' = \frac{2\upsilon^2}{g}\left(\frac{m}{m + m_1}\right)^2, \ \alpha' = 30°.$$

5.30. $m_2 / m_1 = 3$.

5.31. $m_1 / m_2 = 1 + 2\cos\theta = 2$.

5.33. $\vec{F} = -(3ax^2 + 2bx)\vec{i} - c\vec{k}$.

5.34. $\vec{F} = -ayz\vec{i} - axz\vec{j} - axy\vec{k}$.

5.35. $U = -a/r$.

5.36. $U = \begin{cases} -\rho r^2/2 \text{ при } r < R \\ -3\rho R^2/2 + \rho R^3/r \text{ при } r > R \end{cases}$.

5.37. $F = (m + m_1)g + \dfrac{m^2}{m + m_1}\cdot\dfrac{h}{s}g = 150$ кН; $\dfrac{\Delta W_{\text{к}}}{W_{\text{к}}} = \dfrac{m_1}{m + m_1} = \dfrac{3}{17}$.

5.38. $\upsilon = \sqrt{2gh\dfrac{m^2}{(m_1 + m)(m_1 + (m_1 + m)\operatorname{tg}^2\alpha)}}$.

5.39. $\upsilon = \sqrt{2gH\dfrac{n+1}{n}}$.

5.40. $\upsilon = \sqrt{48a/m}$.

5.41. $\upsilon = R\sqrt{2b}$.

5.42. $L = m\upsilon R = 2\cdot 10^{-4}$ кг·м^2/с.

5.43. $L = m\upsilon b = 2\cdot 10^{-4}$ кг·м^2/с. Вектор $\vec{L}$ не зависит от времени.

5.44. $L = \dfrac{1}{2}m\upsilon_0 g t^2\cos\alpha$.

5.45. а) $L = mR^2\pi n = 6{,}3\cdot 10^{-2}$ кг·м^2/с; б) $L = 2mR^2\pi n = 0{,}13$ кг·м^2/с.

5.46. $L = m\upsilon_{\text{ц.м.}}R + I_{\text{ц.м.}}\omega = 3mR^2\pi n = 0{,}19$ кг·м^2/с.

5.47. $F = \dfrac{W}{\pi n\tau R}\left(1 - \dfrac{1}{k}\right) = 5{,}3$ Н.

5.48. $n = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{2mgh}{I + mr^2}} = 0{,}7$ с$^{-1}$.

5.49. $\upsilon = \sqrt{3g\ell} = 11\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

5.50. а) $\upsilon = \sqrt{gh} = 1{,}4$ м/с; б) $\upsilon = \sqrt{4gh/3} = 1{,}6$ м/с; в) $\upsilon = \sqrt{10gh/7} = 1{,}7$ м/с; при $\mu = 0$ $\upsilon_0 = \sqrt{2gh} = 1{,}98$ м/с для всех тел.

5.51. $S = \dfrac{\sqrt{3}\tau\upsilon_1}{2\left(2-\sqrt{3}\right)} = 2$ м.

5.52. $A = 4\pi^2 n_1^2 m\left(r_1^2 - r_2^2\right)\dfrac{I_0 + 2mr_1^2}{I_0 + 2mr_2^2} = 320$ Дж.

5.53. $\omega = \dfrac{4\pi n I_3}{I_1 + I_2} = 57$ с$^{-1}$.

5.54. $n = n_0\left(1 + \dfrac{m\ell^2}{12I_0}\right) = 0{,}7\,\dfrac{\text{об}}{\text{с}}$.

5.55. $\varphi = \dfrac{\omega_0 R}{\upsilon}\sqrt{\dfrac{m_1}{2m}}\,\text{arctg}\sqrt{\dfrac{2m}{m_1}}$.

5.56. $h = \dfrac{3{m_0}^2{\upsilon_0}^2}{(2m_0 + m)(3m_0 + m)g}$, $\eta = \dfrac{m}{3m_0 + m}$.

5.57. $\upsilon_{\text{ц.м.}} = \omega_0 R/3$.

5.58. $\upsilon_{\text{ц.м.}} = \dfrac{m_0}{m_0 + m}\upsilon_0 = 3{,}3$ м/с, $\omega = \dfrac{2m_0}{m_0 + m}\dfrac{\upsilon_0}{\ell} = 667$ рад/с.

5.59. $\omega = \dfrac{I_1\omega_1 + I_2\omega_2}{I_1 + I_2} = 8$ с$^{-1}$, $Q = \dfrac{I_1 I_2(\omega_1 - \omega_2)^2}{2(I_1 + I_2)} = 1{,}5$ Дж.

5.60. $\upsilon_{\text{ц.м.}} = \dfrac{5}{7}\dfrac{m_0\upsilon_0(R + \ell)}{mR} = 1{,}0$ м/с.

5.61. $x = \dfrac{\ell}{2\sqrt{3}}\sqrt{\dfrac{m}{m_0} - 1} = 5$ см; т.к. $x \le \dfrac{\ell}{2}$, то $\dfrac{m}{m_0} \le 4$.

5.62. $\upsilon_{\text{ц.м.}} = \sqrt{gh}\,\dfrac{2R}{2R - h} = 0{,}35$ м/с.

5.63. $\upsilon_{\text{ц.м.}} = \sqrt{2gH\,\dfrac{m_1 + m_2}{2m_1 + m_2}}$.

6.1. $x_m = 1{,}2$ м, $\omega = 2\pi/3$ рад/с, $T = 3$ с, $\varphi_0 = \pi/4$, $\upsilon_{xm} = 2{,}5$ м/с, $a_{xm} = 5{,}3$ м/с^2.

6.2. б) эллипс $\dot{x}^2/a^2\omega^2 + x^2/a^2 = 1$; в) прямая $\ddot{x} = -\omega^2 x$

6.3. $\dfrac{t_1}{T} = \dfrac{1}{2\pi}\arcsin\dfrac{x}{A} = \dfrac{1}{12}$; $\qquad \dfrac{t_2}{T} = \dfrac{1}{2\pi}\left(\dfrac{\pi}{2} - \arcsin\dfrac{x}{A}\right) = \dfrac{1}{6}$.

6.4. $\omega = \dfrac{\upsilon_0}{a}$.

6.5. а) $\langle \upsilon \rangle = \frac{2a\omega}{\pi} = 40$ см/с; б) $\langle \upsilon \rangle = 40$ см/с.

6.6. $\frac{dW}{dx} = \frac{1}{\pi\sqrt{a^2 - x^2}}$.

6.7. $x = 7\cos(\omega t - 0{,}67)$ см.

6.8. Частица движется по часовой стрелке по эллипсу $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

6.9. $\ell = 1/4$ м, $T = 2$ с.

6.10. $T = 2T_0$.

6.11. $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g(\sin\alpha + \sin\beta)}}$.

6.12. $\tau = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} = 21\,\text{мин}$.

6.13. $T = 2\pi\sqrt{\frac{7}{12}\cdot\frac{\ell}{g}}$.

6.14. $\ell = 1/3$ м, $T = 1{,}64$ с.

6.15. $\omega = \sqrt{\frac{2k}{mR^2}} = 10\,\text{рад/с}$.

6.16. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{3g}}$.

6.17. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{2g}} = 1{,}4$ с.

6.18. $\tau = 20$ с.

6.19. $\beta = 0{,}1\,\text{с}^{-1}$.

6.20. $\theta = \frac{\pi}{t}\sqrt{\frac{l}{g}}\ln\frac{W_0}{W_t} = 0{,}007$.

6.21. $\frac{A_0}{A_n} = e^{n\theta} = 7{,}4$.

6.22. $Q = \frac{\pi N}{\ln n} = 195$.

6.23. $\omega_0 = \omega\sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} = 103\,\text{с}^{-1}$.

6.24. $\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2}} = 510\,\text{с}^{-1}$.

6.25. $\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_1\omega_2} = 173\,\text{с}^{-1}$.

6.26. $\upsilon = \dfrac{2\pi\nu\ell}{\Delta\varphi} = 2{,}4\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

6.27. $\Delta\varphi = \dfrac{\ell}{\lambda}2\pi = 4\pi$.

6.28. $x = A\sin\left(2\pi\dfrac{t}{T} - 2\pi\dfrac{\ell}{\lambda}\right) = 0{,}025\,\text{м}$.

7.1. $m = \dfrac{\mu PV}{RT} = 1{,}2$ г.

7.2. $\rho = \dfrac{p_0\mu}{RT_0} = 0{,}71\,\dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

7.3. $P_2 = 0{,}2P_1T_2 / T_1 = 38$ кПа.

7.4. $m = \dfrac{\mu PS\ell}{R(T_2 - T_1)}\ln\dfrac{T_2}{T_1} = 610\,\text{г}$.

7.5. В координатах (p, V) – линейная зависимость $p = \dfrac{\nu R}{\alpha^2}V$.

7.6. Уменьшается ($VT = \text{const}$).

7.7. $V = \dfrac{V_0}{\sqrt[n]{\dfrac{p}{p_n}} - 1} = 1600\,\text{см}^3$.

7.8. $p = \dfrac{mRT(\mu_1 + \mu_2)}{V\mu_1\mu_2} = 1\cdot 10^6$ Па.

7.9. $h = \dfrac{1}{2}\left[(\ell_0 + \ell) - \sqrt{\ell_0^2 + \ell^2}\right] = 0{,}22\,м$. Здесь $\ell_0 = 760$ мм.

7.10. $p = L\dfrac{h_1 + h_2}{h_2 - h_1} = 750\,\text{мм. рт. ст.}$

7.11. $x = \dfrac{\left[V_0 + \left(\dfrac{L - l}{2}\right)S\right]\Delta t}{ST} = 1\,\text{см}$.

7.12. $L_1 = \dfrac{L\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} = 0{,}05\,\text{м}$.

7.13. $p_1 = \left(\dfrac{m_1}{\mu_1} + \dfrac{m_2}{2\mu_2}\right)\dfrac{2RT}{V} = 3\cdot 10^3\,\text{Па}$; $p_2 = \dfrac{m_2}{\mu_2}\cdot\dfrac{RT}{V} = 1\cdot 10^3$ Па.

7.14. $p = \dfrac{p_1V_1 + p_2V_2}{V_1 + V_2} = 4{,}5\,\text{атм}$.

7.15. $T = \dfrac{p_2V_2 + p_1V_1}{\dfrac{p_2V_2}{T_2} + \dfrac{p_1V_1}{T_1}} = 300\text{К}$; $p = \left(\dfrac{p_1V_1}{T_1} + \dfrac{p_2V_2}{T_2}\right)\dfrac{T}{V_1 + V_2} = 6{,}4\cdot 10^5$ Па.

7.16. $\frac{p_1}{p}=\frac{2T_1}{T+T_1}$.

7.17. $T_{\max}=\frac{2}{3}\frac{P_0}{\nu R}\sqrt{\frac{P_0}{3\alpha}}$.

7.18. $T_{\max}=\frac{P_0}{\beta\nu eR}$.

7.19. $P_{\min}=2\nu R\sqrt{aT_0}$.

7.20. $P=P_0e^{-\frac{c}{V_0}t}$.

8.1. $m_0=\frac{\mu}{N_A}$; $m_1=3{,}3\cdot10^{-27}$ кг, $m_2=7{,}3\cdot10^{-26}$ кг, $m_1=3{,}0\cdot10^{-26}$ кг.

8.2. $N\approx7\cdot10^{22}$ молекул, $m\approx1{,}2$ г.

8.3. $\rho=\frac{\mu}{N_A}\cdot\frac{N}{V}=3\cdot10^5\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

8.4. $\upsilon_{\text{кв}}=\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}=480\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

8.5. $\upsilon_{\text{кв}}=\sqrt{\frac{3p}{\rho}}=1{,}3\cdot10^3\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

8.6. $\langle a\rangle\approx33\cdot10^{-10}$ м $\approx10d$.

8.7. Возьмем 1 моль газа, объем которого при нормальных условиях $V_{0\mu}$ = 22,4 л. Тогда $\eta_1=\frac{V_{\text{собств}}}{V_{0\mu}}=\frac{\pi d^3N_A}{6V_{0\mu}}=0{,}038\%$

Во втором случае $\eta_2=\frac{\pi d^3N_A}{6V_{0\mu}}\frac{p}{p_0}=19\%$. При этом условии газ не идеален.

8.8. а) $p=2m_0n\upsilon^2=6{,}0\cdot10^5$ Па; б) $p=2m_0n(\upsilon+u)^2=7{,}3\cdot10^5$ Па.

8.9. $p=\frac{2}{3}\frac{\nu N_A}{V}\frac{m_0\upsilon^2}{2}=1500$ Па.

8.10. $p=nmc^2=\frac{E}{c}=4{,}5\cdot10^{-6}$ Па, $F=p\cdot\pi R^2=5\cdot10^8$ Н ($F_{\text{гравит}}\approx10^{22}$ Н).

8.11. Давление света больше в 11 раз.

8.12. $W_{\text{п}}=\frac{3}{2}\cdot\frac{m}{\mu}RT=1250$ Дж; $W_{\text{вр}}=\frac{m}{\mu}RT=830$ Дж.

8.13. $U=\frac{5}{2}pV=245$ Дж.

8.14. $W_п = \frac{3}{2} pV = 0{,}15$ Дж .

8.15. $\sqrt{\langle \omega^2 \rangle} = \sqrt{\frac{8RT}{\mu \ell^2}} = 2{,}3 \cdot 10^{12}$ с$^{-1}$.

8.16. $N = \frac{2W}{3kT} = 1{,}6 \cdot 10^{21}$.

8.17. Увеличилось в 1,3 раза.

8.18. $n = \frac{2}{3} \frac{p}{\langle w \rangle} = 5{,}0 \cdot 10^{25}$ 1/м^3

8.19. $\langle W \rangle = \frac{ipV}{2\nu N_A} = 2{,}0 \cdot 10^{-20}$ Дж.

8.20. $\langle \upsilon \rangle = \frac{\sqrt{\langle \omega^2 \rangle}\, \ell}{\sqrt{\pi}} = 169$ м/с.

8.21. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{3\mu_1}{2\mu_2} = 10{,}4$.

8.22. $\Delta T = \frac{\mu u^2}{3R}$, $t_2 = 1{,}6 °C$.

8.23. $N_1 = \frac{1}{6} n \langle \upsilon \rangle S\tau$, $N_2 = \frac{1}{4} n \langle \upsilon \rangle S\tau$.

8.24. $N = \frac{1}{4} nS \langle \upsilon \rangle \tau = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{pS\tau}{\sqrt{\pi \mu kT}} N_A = 2{,}9 \cdot 10^{27}$. См. задачу 8.23, где в случае б) для N_2 стоит ¼.

8.25. В процессе колебаний чашек весов, из закона сохранения энергии $\langle W_{кин} \rangle = \langle W_{пот} \rangle$, т.е. $\left\langle \frac{m\upsilon^2}{2} \right\rangle = \left\langle \frac{Kx^2}{2} \right\rangle$,

с другой стороны средняя кинетическая энергия колебаний чашек весов сопоставима с энергией теплового движения молекул $\left\langle \frac{m\upsilon^2}{2} \right\rangle = \frac{kT}{2}$. В результате $\left\langle \frac{Kx^2}{2} \right\rangle = \frac{kT}{2}$, а так как $\Delta mg = Kx$, то $\Delta m = \frac{\sqrt{KkT}}{g}$.

9.1. $A = \frac{m}{\mu} R \Delta T = 290$ Дж .

9.2. $A = p_0(V_2 - V_1) = 3$ кДж.

9.3. $A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = 8{,}2$ кДж.

9.4. $A = \frac{\nu R}{2} (T_2 - T_1) = 1{,}7$ кДж.

9.5. $A = \frac{p_0}{\alpha}\left(1 - \exp\{-\alpha(V_1 - V_0)\}\right) = 543$ кДж; нет, не является.

9.6. $A = \frac{\nu R}{2} b\left(p_2^2 - p_1^2\right)$; да, является.

9.7. $A = \nu R V_0\left(b - \frac{3}{2} a V_0\right)$; нет, не является.

9.8. $A = \frac{\nu R(T_1 - T_2)}{n-1}$

9.9. $A = \frac{p_0 V_0}{\gamma - 1}\left[2^{\gamma-1} - 2 + \left(\frac{2}{3}\right)^{\gamma-1}\right]$, где $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$.

9.10. $V_1 = \frac{A^*}{p_0(N - 1 - \ln N)} = 0{,}42$ л.

9.11. $pV^n = const$, где $n = \frac{c - c_P}{c - c_V}$; процесс политропный.

9.12. $pV^n = const$, где $n = 1 - \frac{\nu R}{b}$; процесс политропный.

9.13. Т.к. $\mathrm{d}Q = -\mathrm{d}U$, то $c = -c_V$. Уравнение процесса $pV^n = const$, где $n = \frac{i+1}{i}$; процесс политропный.

9.14. $Q = \frac{i+2}{2} A^* = 2{,}8$ кДж; $\Delta U = -\frac{i}{2} A^* = -2{,}0$ кДж.

9.15. $Q = A = \frac{m}{\mu} RT \ln n = 11{,}4$ кДж.

9.16. *а*) $\Delta U = \frac{i}{2}\frac{pV}{T_1}(T_2 - T_1) = -4{,}8$ Дж; *б*) $Q^* = -\Delta U = 4{,}8$ Дж.

9.17. $A = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu} R T_1\left[1 - \left(\frac{1}{n}\right)^{\gamma-1}\right] = 130$ кДж.

9.18. $A = \frac{i}{2} p_1 V_1\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] = 2{,}4$ кДж.

9.19. $A = \frac{m}{\mu} c_V (T_1 - T_2) = 2{,}1 \cdot 10^6$ Дж.

9.20. *а*) $A = p_1(V_2 - V_1) = 1 \cdot 10^3$ Дж; $\Delta U = \frac{i}{2} p_1(V_2 - V_1) = 2{,}5$ кДж;

б) $A = p_1 V_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = 0{,}7$ кДж; $\Delta U = 0$;

в) $A = \frac{i}{2} p_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] = 0{,}6$ кДж ; $\Delta U = -A$.

9.21. $A = p_1 V_1 \left(1 - \frac{V_1}{V_2} \right)$, $\Delta U = -\frac{i}{2} p_1 V_1 \left(1 - \frac{V_1}{V_2} \right)$, $Q = -\frac{i-2}{2} p_1 V_1 \left(1 - \frac{V_1}{V_2} \right)$.

9.22. $Q = 0$, процесс адиабатный.

9.23. $\Delta U = -\ 2{,}16$ кДж.

9.24. $Q = \frac{A\gamma}{\gamma - 1}$, где $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$.

9.25. $\Delta U = \frac{3}{2} p_1 V_1 \left(\frac{V_1^2}{V_2^2} - 1 \right)$.

9.26. $c_\mu = c_P = \frac{i+2}{2} R$, процесс изобарный.

9.27. $c_\mu = c_V = \frac{i}{2} R$, процесс изохорный.

9.28. $c_\mu = c_T \Rightarrow \infty$, процесс изотермический.

9.29. $c_\mu = c_V - R = \frac{i-2}{2} R$, процесс политропный.

9.30. $c_\mu = c_V - 3R = \frac{i-6}{2} R$, процесс политропный.

9.31. $i = 3$.

9.32. $i = 5$.

9.33. $c_\mu = \frac{c_P + c_V}{2} = \frac{i+1}{2} R$.

9.34. $\gamma = \frac{5\nu_1 + 7\nu_2}{3\nu_1 + 5\nu_2}$.

9.35. $c < 0$, если $1 < n < \gamma$.

9.36. Процесс не политропен, т.к. $c_\mu \neq const.$ $c_\mu = c_V + \frac{p_0 + aV}{p_0 + 2aV} R$.

10.1 $Q_2 = Q_1 \frac{T_2}{T_1} = 239$ Дж.

10.2. $A = \frac{2A_{\text{ад}}}{i} \ln \frac{V_2}{V_1} = 2300$ Дж.

10.3. $\eta = \frac{2A^*_{\text{ад}}}{iRT_1} = 0{,}34$.

10.4. $Q = A^* \frac{T_\text{х}}{T - T_\text{х}} = 1{,}3 \cdot 10^6$ Дж.

10.5. $\eta = \dfrac{2(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{(i+2)p_2(V_2 - V_1) + iV_1(p_2 - p_1)} = 13\%$.

10.6. $\eta = \dfrac{2(T_2 - T_1)\ln a}{i(T_2 - T_1) + 2T_2 \ln a} = 31\%$.

10.7. $\eta = (T_2 - T_1)\left[T_2 + \dfrac{(i+2)(T_2 - T_1)}{2\ln a}\right]^{-1} = 17{,}6\%$.

10.8. $\eta = 1 - a^{-\frac{2}{i+2}} = 26{,}9\%$.

10.9. $\eta = 1 - \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{2}{i}} = 45\%$.

10.10. $\eta = 1 - \dfrac{2}{i+2}\dfrac{\ln b}{b^{\frac{2}{i+2}} - 1} = 14{,}8\%$.

10.11. $\eta = 1 - \dfrac{T_1}{T_2 - T_1}\ln\dfrac{T_2}{T_1} = 23{,}4\%$.

10.12. $\eta = 1 - \dfrac{a-1}{a\ln a} = 39\%$.

10.13. $\eta = \dfrac{\ln a - b}{\ln a + \frac{i}{2}b} = 15{,}7\%$, где $b = \dfrac{a-1}{a}$

10.14. а) 2^6=64 способа; б) $W = 6$, $P = 6/64 = 0{,}09$;
в) $W = 20$, $P = 20/64 = 0{,}31$.

10.15. $\Delta S = k\ln a = 1{,}5\cdot 10^{-23}$ Дж/К.

10.16. $W = W_1^n = W_1^3$, $\Delta S = k\ln\dfrac{W}{W_1} = 1{,}5\cdot 10^{-23}$ Дж/К.

10.17. $\Delta S = \nu c_V \ln\dfrac{T_2}{T_1} = 17{,}3$ Дж/К.

10.18. $\Delta S = \nu c_p \ln\dfrac{T_2}{T_1} = 28{,}8$ Дж/К.

10.19. $\Delta S = \dfrac{A}{T} = 2{,}0$ Дж/К.

10.20. $\Delta S = \dfrac{m}{\mu}R\left(\dfrac{i}{2}\ln\dfrac{T_2}{T_1} + \ln\dfrac{T_2P_1}{T_1P_2}\right) = 300\,\dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

10.21. $T_2 = T_1 e^{-2\frac{\mu\Delta S}{imR}} = 320$ К.

10.22. $\Delta S = cm\ln\dfrac{T_2}{T_1} = 14{,}5\,\dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

10.23. $\Delta S = \frac{m\lambda}{T} = 100\,\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

10.24. $\Delta U = 0$. Т.к. температура газа не изменилась, то для вычисления ΔS можно рассмотреть изотермический процесс расширения: $\Delta S = \frac{m}{\mu} R \ln 2$.

10.25. $\Delta S = \frac{m_1}{\mu_1} R \ln \frac{V_2 + V_1}{V_1} + \frac{m_2}{\mu_2} R \ln \frac{V_2 + V_1}{V_2} = 6{,}3$ Дж/К.

10.26. $\Delta S = \frac{R}{\mu}\left(m_1 \ln \frac{\rho_1}{\rho} + m_2 \ln \frac{\rho_2}{\rho} \right) = 0{,}7$ Дж/К, где $\rho_1 = \frac{m_1}{V_1}$, $\rho_2 = \frac{m_2}{V_2}$,

$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$.

10.27. $A = Q = T(S_2 - S_1)$.

10.28. $Q = \frac{b\left(T_2^2 - T_1^2\right)}{2} = 30$ кДж.

10.29. $\eta = \frac{T_\text{н} - T_\text{х}}{T_\text{н}}$.

10.30. $\eta = \frac{T_\text{н} - T_\text{х}}{T_\text{н} + T_\text{х}}$.

11.1. $P(a \le x \le b) = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$, условие нормировки имеет вид $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x = 1$.

11.2. $f(r)$ – плотность вероятности попадания пули в данную область пространства. Из условия $\int\limits_0^\infty f(r) 2\pi r \mathrm{d}r = 1$ находим $A = \alpha/\pi$.

Тогда $P(R_1 \le r \le R_2) = \int\limits_{R_1}^{R_2} f(r) 2\pi r \mathrm{d}r = \exp\left(-\alpha R_1^2\right) - \exp\left(-\alpha R_2^2\right)$.

11.3. $r_\text{вер} = \frac{1}{\sqrt{2\alpha}}$; $\sqrt{\left\langle r^2 \right\rangle} = 1/\sqrt{\alpha}$.

11.4. а) Из условия нормировки $b = \frac{1}{\upsilon_2 - \upsilon_1} = 0{,}01$ с/м;

б) $\langle \upsilon \rangle = \int\limits_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} \upsilon f(\upsilon)\mathrm{d}\upsilon = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2} = 150{,}0$ м/с;

в) $\left\langle \upsilon^2 \right\rangle = \int\limits_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} \upsilon^2 f(\upsilon)\mathrm{d}\upsilon = \frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_1\upsilon_2 + \upsilon_2^2}{3}$, откуда $\sqrt{\left\langle \upsilon^2 \right\rangle} = 152{,}8$ м/с.

11.5. $\mathrm{d}N_x = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} x^2 \exp\left(-x^2\right)\mathrm{d}x$.

11.6. $\upsilon_\text{вер} = 390$ м/с, $\langle \upsilon \rangle = 440$ м/с, $\upsilon_\text{ср.кв} = 478$ м/с.

11.7. Во всех случаях вероятность равна нулю.
11.8 а)1,66% б)1,80% в)1,86%.
11.9. $t = -221°$ С. При $t = -182{,}9°C$ и нормальном давлении кислород сжижается.
11.10. $\Delta N / N = 50\%$
11.11. $T = 380$ К.
11.12. $T = \dfrac{\mu\left(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right)}{4R\ln\dfrac{\upsilon_2}{\upsilon_1}} = 47$ К.
11.13. $\sum\left|m_0\vec{\upsilon}_i\right| = \mu\cdot\langle\upsilon\rangle = 13$ кг·м/с.
11.14. $\upsilon = \left(\dfrac{3RT\ln(\mu_2/\mu_1)}{\mu_2 - \mu_1}\right)^{1/2} = 1{,}61\cdot 10^3$ м/с.
11.15. $\mathrm{d}N_\varepsilon = \dfrac{2}{\sqrt{\pi}}N_0(kT)^{-3/2}\sqrt{\varepsilon}\exp(-\varepsilon/kT)\mathrm{d}\varepsilon$, $\langle\varepsilon\rangle = \dfrac{3}{2}kT$.
11.16. $h = \dfrac{RT}{\mu g}\ln\dfrac{p_0}{p} = 1950$ м.
11.17. а) 0,29 атм., б) 3,5 атм.
11.18. $h = 78$ м.
11.19. $m_1 = \dfrac{p_0 S}{g}\left(1 - \exp\left[-\dfrac{\mu g h}{kT}\right]\right) = 1158$ кг, $m_2 = \dfrac{p_0\mu}{kT}Sh = 1205$ кг.
11.20. $\langle U\rangle = \dfrac{\int\limits_0^\infty U\exp\left\{-\dfrac{U}{kT}\right\}\mathrm{d}U}{\int\limits_0^\infty \exp\left\{-\dfrac{U}{kT}\right\}\mathrm{d}U} = kT$.
12.1. $\lambda_2 = \lambda_1\dfrac{P_1}{P_2} = 7$ м.

12.2. $\lambda_2 = \lambda_1\dfrac{T_2}{T_1} = 1{,}0\cdot 10^{-5}$ м.

12.3. $p = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2\lambda} = 5\cdot 10^{-2}$ Па.

12.4. $\tau = \dfrac{\sqrt{RT\mu}}{4N_A d^2 p\sqrt{\pi}} \approx 9\cdot 10^{-8}$ с.

12.5. $z = 4\sqrt{\dfrac{N_A\pi}{\mu kT}}d^2\cdot P = 5{,}1\cdot 10^9$ с$^{-1}$.

12.6. $t = \dfrac{m\ell}{DS(\rho_1 - \rho_2)} \approx 50\,\text{с}$.

12.7. $\dfrac{F}{S} = \eta\dfrac{\upsilon}{\ell} = 3\cdot 10^{-4}$ Па.

12.8. $M = \dfrac{\pi R^4 \eta}{2d}\omega$.

12.9. $t = \dfrac{\chi_1 d_2 t_1 + \chi_2 d_1 t_2}{\chi_1 d_2 + \chi_2 d_1} = 40^\circ\text{C}$.

12.10. $\eta = \dfrac{p\mu}{RT}D = 1{,}16\cdot 10^{-5}\ \dfrac{\text{кг}}{\text{м}\cdot\text{с}}$.

12.11. $\lambda = \dfrac{3\eta}{p_0}\sqrt{\dfrac{\pi RT}{8\mu}} = 9{,}3\cdot 10^{-8}$ м.

12.12. $d = \sqrt{\dfrac{5k}{3\pi\chi}\sqrt{\dfrac{RT}{\pi\mu}}} = 0{,}95\cdot 10^{-10}$ м.

12.13. $T_2 = T_1\left(\dfrac{\eta_2}{\eta_1}\right)^2 = 1390$ К.

12.14. $p = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 l} = 2$ Па.

13.1. $p = \dfrac{\frac{m}{\mu}RT}{V - \frac{m}{\mu}b} - \left(\dfrac{m}{\mu}\right)^2\dfrac{a}{V^2} = 4{,}7$МПа; $p' = \dfrac{m}{\mu}\dfrac{RT}{V} = 6{,}2$ МПа.

13.2. $\dfrac{b}{V_{\text{эф}}} = \dfrac{6b}{\pi d^3 N_A} = 3{,}9$.

13.3. $a = \dfrac{27}{64}\dfrac{R^2 T_{\text{кр}}^2}{p_{\text{кр}}} = 0{,}36\,\dfrac{\text{Н}\cdot\text{м}^4}{\text{моль}^2}$; $b = \dfrac{RT_{\text{кр}}}{8p_{\text{кр}}} = 4{,}3\cdot 10^{-5}\ \dfrac{\text{м}^3}{\text{моль}}$.

13.4. $p' = \dfrac{a\rho^2}{\mu^2} = 1{,}7$ МПа.

13.5. $\rho_{\text{кр}} = \dfrac{\mu}{3b} = 200\ \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

13.6. $A = \frac{m^2}{\mu^2} a \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) = -0{,}25$ Дж.

13.7. $V = \frac{8\mu p_{\text{кр}} V_{\text{амп}}}{3RT_{\text{кр}}\rho} = 0{,}8$ см^3.

13.8. $A = RT \ln \frac{V_2 - b}{V_1 - b} + a \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$.

13.9. $\Delta T = \frac{m}{\mu} \frac{2a}{iR} \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) = -5{,}9$ K.

13.10. $\Delta S = c_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2 - b}{V_1 - b}$.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

Ермаков Борис Владимирович, Коваль Ольга Ивановна, Корецкая Ирина Валерьевна, Кубарев Валерий Федорович

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Сборник задач

Учебное пособие
по курсу «Физика»
для студентов, обучающихся по направлениям

«Электроника и микроэлектроника», «Радиотехника», «Информатика и вычислительная техника», «Прикладная математика и информатика», «Электротехника, электромеханика и электротехнологии», «Электроэнергетика», «Менеджмент», «Вычислительные машины, сети и системы»

Редактор издательства

Темплан издания МЭИ 2005(II), метод. Подписано в печать 24.04.06
Печать офсетная Формат 60x84/16 Физ. печ.л. 8,5
Тираж 2000 Изд. № Заказ Цена 15 руб

Издательство МЭИ, 111250, Москва, Красноказарменная ул., д.14