

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной работе

Драгунов В.К.

« 16 » июня 2015 г.



Программа аспирантуры

Направление 09.06.01 Информатика и вычислительная техника

Направленность (специальность) 05.13.17 Теоретические основы информатики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины по выбору

«Статистические методы обработки информации»

Индекс дисциплины по учебному плану: Б1.В.ДВ.1.2

Всего: 108 часов

Семестр 1, в том числе

6 часов – контактная работа,  
84 часа – самостоятельная работа,  
18 часов – контроль

Программа составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации) по направлению подготовки 09.06.01 Информатика и вычислительная техника, утвержденного приказом Минобрнауки России от 30 июля 2014 г. № 875, и паспорта специальности, указанной в номенклатуре специальностей научных работников 05.13.17 Теоретические основы информатики, утвержденной приказом Минобрнауки России от 25 февраля 2009 г. № 59.

## **ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Целью** освоения дисциплины является изучение статистических методов обработки информации, основ марковских процессов и базовых принципов теории массового обслуживания.

**Задачами** дисциплины являются:

- формирование представления о типичных задачах математической статистики и методах их решения;
- изучение марковских процессов;
- изучение основ теории массового обслуживания.

В процессе освоения дисциплины **формируются следующие компетенции:**

- способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1);
- владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности (ОПК-1);
- способность объективно оценивать результаты исследований и разработок, выполненных другими специалистами и в других научных учреждениях (ОПК-5);
- способность разрабатывать эффективные математические, логические, семиотические и лингвистические модели и методы

взаимодействия информационных процессов для решения задач естествознания, техники, экономики и управления (ПК-1);

– владение математическими основами информатики, теории языков и грамматик, теории конечных автоматов и теории графов с целью создания программных систем для новых информационных технологий (ПК-4).

## **ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАЗОВАНИЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен продемонстрировать следующие результаты образования:

### **знать:**

- постановку задачи статистического решения (ОПК-1);
- теоремы о байесовских и минимаксных решениях (ПК-4);
- метод фаз Эрланга (УК-1);

### **уметь:**

- находить оценки и доверительные интервалы для неизвестного параметра (ПК-1);
- строить тесты проверки гипотез (ПК-1);
- применять метод статистических испытаний (ОПК-5);
- составить уравнения достижения границ марковским процессом (ПК-1);

### **владеть:**

- терминологией и навыками ведения профессиональной дискуссии по соответствующей тематике (ПК-4);
- навыками поиска информации о новых методах обработки информации (УК-1);
- навыками определения стационарного режима марковских СМО (ОПК-1).

## **КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ ДИСЦИПЛИНЫ**

## **Общая теория статистических решений**

(8 часов самостоятельной работы)

Постановка задачи статистического решения. Решающие функции. Допустимые решающие функции и полные классы. Байесовские и минимаксные решения. Некоторые допущения. Теоремы о байесовских и минимаксных решениях.

Задачи решения с конечными пространствами наблюдений и решений. Построение байесовских решающих функции. Вычисление апостериорного распределения.

### **Типичные задачи математической статистики**

(30 часов самостоятельной работы)

**Оценивание неизвестных параметров.** Характеристики качества оценок. Оценивание вероятностей и моментов. Функция эмпирического распределения, теорема Гливенко, выборочные характеристики.

Нижняя граница для дисперсии несмещенной оценки, информация Фишера, экспонентные семейства распределений. Обобщения. Достаточные статистики, теорема Блекуэлла, критерий факторизации. Методы построения оценок: метод моментов, максимального правдоподобия, порядковых статистик.

**Доверительные границы и интервалы.** Интервалы для параметров нормальной совокупности: распределения хи-квадрат, Стьюдента, теорема о совместном распределении выборочных характеристик. Общий подход к построению доверительных интервалов. Использование асимптотической нормальности оценок деления? И как его найти?

**Проверка статистических гипотез.** Критерий хи-квадрат: проверка гипотезы о вероятностях, о виде распределения, о независимости признаков, об однородности выборок. Критерий согласия Колмогорова. Различение двух простых гипотез. Подход байесовский и Неймана - Пирсона. Последовательный анализ Вальда.

### **Метод статистических испытаний**

(8 часов самостоятельной работы)

Идея: игла Бюффона. Вычисление интегралов, решение систем линейных уравнений. Решение уравнений Лапласа и Пуассона, связь с процессом двумерного блуждания.

Генерация случайных величин с заданным законом распределения.

Области применения. Методы получения случайных величин. Выбор числа испытаний. Особенности метода.

### **Основы марковских процессов**

(30 часов самостоятельной работы)

Понятие марковского процесса (МП). Задание МП. Соотношения для основных характеристик МП.

**Простые цепи Маркова:** Основные свойства. Определение и основные соотношения. Эргодичность. Теорема о предельных вероятностях.

Классификация состояний. Существенные и несущественные состояния. Классы. Структура цепи. Период класса. Подклассы.

Возвратные и невозвратные состояния. Определение и теорема «Критерий возвратности». Следствия. Теорема о среднем времени возвращения. Блуждание по целочисленной решетке.

**Задачи достижения границы.** Уравнения для средних времен достижения. Уравнения для вторых моментов. Задача о разорении игрока. Уравнения для вероятностей достижения. Уравнения для производящих функций времен достижения. Обобщение на аддитивный функционал. Эргодическая теорема об усреднении по времени значения функционала.

**Цепи Маркова с непрерывным временем (н.в.).** Определение и предположения. Системы дифференциальных уравнений Колмогорова. Процесс Пуассона. Телеграфный сигнал.

Свойства цепей с н.в. (время пребывания, марковское свойство показательного распределения, условные вероятности перехода, вложенная цепь Маркова). Эргодическая теорема. Достижение границы (уравнения для средних времен, вторых моментов, характеристических функций, аддитивного функционала).

Процессы размножения и гибели. Дифференциальные уравнения для вероятностей состояний. Стационарное распределение. Дифференциальные уравнения для первых двух моментов.

### **Теория массового обслуживания**

(8 часов самостоятельной работы)

Общие сведения. Задачи теории и примеры. Элементы СМО и критерии качества. Системы с потерями и с ожиданием.

Анализ некоторых марковских СМО. Система с потерями. Система с ожиданием. Система с ожиданием ( $n$  приборов). Сравнение систем по характеристикам качества.

Различные модели марковских СМО. Структурные схемы и подход к анализу.

Немарковские системы. Метод фаз Эрланга. Метод Кендалла вложенных цепей.

## **ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБРАЗОВАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины:

1 семестр – дифференцированный зачет.

### **Вопросы для самоконтроля и проведения зачета**

1. Как ставится задача теории статистического решения?
2. Что такое допустимые решающие функции?
3. Что такое байесовские и минимаксные решающие функции?
4. Как связаны между собой байесовские и минимаксные решающие функции?
5. Как построить байесовскую решающую функцию?
6. Как вычисляется апостериорное распределение?
7. Что такое оценка?
8. Какие требования предъявляются к оценкам?
9. Что такое функция эмпирического распределения?
10. В чем состоит основная теорема статистики?
11. Как найти нижнюю границу для дисперсии несмещенной оценки?
12. Что такое эффективная оценка?
13. Как найти эффективную оценку?
14. При каких условиях существует эффективная оценка?
15. Что такое достаточная статистика?
16. Как проверить достаточность?
17. В чем состоит метод максимального правдоподобия?
18. В чем состоит метод моментов?
19. В чем состоит метод порядковых статистик?
20. Какими свойствами обладают методы МП и ММ?
21. Как определяется доверительный интервал?
22. В чем состоит методика построения доверительного интервала?

23. Каковы формулы для доверительных интервалов параметров нормального распределения?
24. Как используется асимптотическая нормальность при построении доверительных интервалов?
25. Как ставится задача проверки статистических гипотез?
26. В чем состоит критерий хи-квадрат?
27. Как проверить гипотезу о виде распределения?
28. Как проверить гипотезу о независимости признаков?
29. В чем идея метода Монте-Карло?
30. Как вычислить интеграл методом Монте-Карло?
31. Как сгенерировать случайную величину с заданным законом?
32. Как определить количество испытаний?
33. Как определяется марковский процесс?
34. Какие задачи решаются достаточно просто в рамках марковских процессов?
35. Что такое простая цепь Маркова?
36. При каких условиях существует предельный режим и как его найти?
37. Как найти среднее время достижения границы и дисперсию?
38. Как определяется цепь Маркова с непрерывным временем?
39. Каким уравнениям подчиняются переходные вероятности?
40. Как найти предельные вероятности?
41. Каковы основные элементы системы массового обслуживания?
42. Каковы основные характеристики СМО с ожиданием?
43. Как анализируют пуассоновские СМО?
44. В чем состоит метод фаз Эрланга?
45. В чем состоит метод вложенных цепей Кендалла?

## Вопросы для проведения зачета

1. Постановка задачи статистического решения.
2. Решающие функции. Допустимые решающие функции и полные классы.
3. Байесовские и минимаксные решения.
4. Теоремы о байесовских и минимаксных решениях.
5. Построение байесовских решающих функций.
6. Вычисление апостериорного распределения.
7. Функция эмпирического распределения, теорема Гливленко.
8. Нижняя граница для дисперсии несмещенной оценки, информация Фишера, экспонентные семейства распределений.
11. Достаточные статистики, теорема Блекуэлла, критерий факторизации.
10. Основные понятия: определения, задание, основные соотношения.
11. Простые цепи Маркова: определение, основные соотношения, теорема о предельных вероятностях.
12. Классификация состояний цепи Маркова: существенные и несущественные состояния, классы, период, подклассы. Теоремы о предельных вероятностях.
13. Возвратные и невозвратные состояния. Критерий возвратности. Средний период возвращения.
14. Достижение границы. Уравнения для среднего времени и вторых моментов.
15. Уравнения для вероятностей достижения границы.
16. Уравнения для производящих функций времен достижения границы. Обобщение на аддитивный функционал.
17. Задача о разорении игрока.
18. Цепи Маркова с непрерывным временем. Предположения о вероятностях перехода. Прямая и обратная системы дифференциальных уравнений Колмогорова.
19. Процесс Пуассона. Вывод формулы для переходных вероятностей.

20. Телеграфный сигнал. Вывод формулы для переходных вероятностей.
21. Свойства цепей Маркова с непрерывным временем. Вложенная цепь Маркова.
22. Достижение границ: уравнения для среднего времени достижения.
23. Уравнения для вероятностей достижения границы,
24. Уравнения для аддитивного функционала. Эргодичность.
25. Процессы размножения и гибели. Стационарное распределение.
26. Элементы СМО и критерии качества. Одноканальная система с потерями.
27. Одноканальная система с ожиданием.
28. Многоканальная система с ожиданием.
29. Примеры различных типов марковских СМО и схема их анализа.
30. Метод фиктивных фаз Эрланга. Одноканальная СМО с ожиданием.
31. Метод Кендалла вложенных цепей Маркова. Одноканальная СМО с ожиданием. Уравнения для предельного режима.

Критерии оценки за освоение дисциплины определены в Инструктивном письме И-23 от 14 мая 2012 г.

## **РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная литература:**

1. Г.И. Ивченко, Ю.И. Медведев. Введение в математическую статистику: учебник. – М.: Эдиториал УРСС, 2010. – 600 с
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. – 5-е изд., стер. – М.: КноРус, 2014. – 448 с.
3. Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учебное пособие для втузов. – 5-е изд., стер. – М.: КноРус, 2014. – 448 с.
4. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т.1. – 2-е изд. – М.: Эдиториал УРСС, 2010. – 528 с.

### **Дополнительная литература:**

5. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. 3-е изд., испр. и доп. – М.: Эдиториал УРСС, 2005. – 400 с.

6. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, Физматлит, 1982. 256 с. – М.: Ин-т компьют. исслед., 2004. – 272 с.

7. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций, под редакцией А.А. Свешникова. – 5-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2013. – 448 с.