

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной работе

Драгунов В.К.

« 16 » июня 2015 г.

Программа аспирантуры

Направление 09.06.01 Информатика и вычислительная техника

Направленность (специальность) 05.13.17 Теоретические основы информатики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины по выбору

«Математические основы информатики»

Индекс дисциплины по учебному плану: Б1.В.ДВ.3.1

Всего: 72 часа

Семестр 5, в том числе

6 часов – контактная работа,
48 часов – самостоятельная работа,
18 часов – контроль

Программа составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации) по направлению подготовки 09.06.01 Информатика и вычислительная техника, утвержденного приказом Минобрнауки России от 30 июля 2014 г. № 875, и паспорта специальности, указанной в номенклатуре специальностей научных работников 05.13.17 Теоретические основы информатики, утвержденной приказом Минобрнауки России от 25 февраля 2009 г. № 59.

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины является изучение основных математических вопросов, относящихся к проблематике теоретической информатики.

Задачами дисциплины являются:

- изучение основных математических структур, понятий комбинаторики и теории графов, теории булевых функций;
- получение представления о теории формальных языков и методах их трансляции;
- изучение базовых понятий математической логики, теории нечетких множеств и нечеткой математической логики;
- изучение основ семантики программ, теории вычислимости и сложности вычислений;
- изучение методов представления знаний.

В процессе освоения дисциплины **формируются следующие компетенции:**

- способность проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки (УК-2);

– владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности (ОПК-1);

– способность к разработке новых методов исследования и их применению в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области профессиональной деятельности (ОПК-3);

– способность объективно оценивать результаты исследований и разработок, выполненных другими специалистами и в других научных учреждениях (ОПК-5);

– способность разрабатывать эффективные математические, логические, семиотические и лингвистические модели и методы взаимодействия информационных процессов для решения задач естествознания, техники, экономики и управления (ПК-1);

– владение математическими основами информатики, теории языков и грамматик, теории конечных автоматов и теории графов с целью создания программных систем для новых информационных технологий (ПК-4).

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАЗОВАНИЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате освоения дисциплины обучающийся должен продемонстрировать **следующие результаты образования:**

знать:

– основные математические понятия в теоретической информатике (ОПК-1);

– математические понятия в теории формальных языков (ПК-4);

– математические понятия в теории баз данных (ПК-4);

– математические понятия в теории представления знаний (ПК-4);

уметь:

– применять методы для построения систем представления знаний (ОПК-3);

– применять методы для построения прикладных систем баз данных и знаний (ПК-1);

владеть:

– терминологией и навыками ведения профессиональной дискуссии по соответствующей тематике (ОПК-5);

– навыками поиска информации о новых методах в теории представления знаний и в теории построения прикладных систем баз данных (УК-2).

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ ДИСЦИПЛИНЫ

Основные математические структуры (3 часа самостоятельной работы)

Множества. Операции над множествами. Счетные множества. Множество 2^A подмножеств данного множества A . Теорема Кантора: $2^A > A$. Несчетные множества. Бинарные отношения и операции над ними. Алгебра Тарского бинарных отношений. Частично упорядоченные множества и решетки. Монотонные отображения. Полные решетки. Непрерывные отображения полных решеток. Теорема Тарского о неподвижной точке. Теорема Клини о неподвижной точке.

Комбинаторика (3 часа самостоятельной работы)

Сочетания и перестановки. Число подмножеств. Число инъективных и биективных функций. Биномиальные и полиномиальные коэффициенты. Принцип включения-исключения. Число сюръективных функций. Задача о встречах. Числа Фибоначчи. Производящие функции. Тождества с биномиальными коэффициентами. Представители для семейства множеств. Теорема Холла о представителях.

Графы (3 часа самостоятельной работы)

Ориентированные графы (орграфы). Алгоритмы транзитивного замыкания орграфа. Кратчайшие пути в орграфе. Алгоритм достижимости и оценка его вычислительной сложности. Ациклические орграфы. Топологическая сортировка ациклического орграфа. Ориентированные деревья. Поиск в бинарном дереве. Обыкновенные графы. Хроматическое

число обыкновенного графа. Число независимости (внутренней устойчивости) обыкновенного графа. Алгоритм Краскала для нахождения минимального остова (каркаса) во взвешенном обыкновенном графе. Паросочетания в обыкновенном графе. Задача о назначении. Планарные (плоские) обыкновенные графы. Алгоритм расположения графа на плоскости.

Булевы функции (3 часа самостоятельной работы)

Табличное представление булевой функции. Геометрическое представление булевой функции (в n -мерном кубе). Дизъюнктивная нормальная форма. Конъюнктивная нормальная форма. Полиномы Жегалкина. Полные базисы для булевых функций. Полные классы. Теорема Поста. Логические сети.

Элементы математической логики (3 часа самостоятельной работы)

Логическое следствие и выполнимость. Синтаксис и семантика пропозициональной логики. Аксиоматика пропозициональной логики. Правила вывода. Синтаксис и семантика логики предикатов. Представление в форме системы дизъюнктов. Сколемизация. Универсум Эрбрана. Теорема Эрбрана. Методы вывода. Резолюция и аналитические таблицы. Состоятельность и полнота систем вывода.

Конечные автоматы (3 часа самостоятельной работы)

Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы. Языки, распознаваемые конечными автоматами. Регулярные языки. Регулярные выражения. Операции Клини. Источники. Языки, порождаемые источниками. Детерминизация источников. Применение к задаче построения лексических анализаторов. Лемма пампинга и ее применение к доказательству нерегулярности языка.

Машины Тьюринга и тезис Черча-Тьюринга

(3 часа самостоятельной работы)

Машина Тьюринга. Универсальная машина Тьюринга. Тьюрингово программирование. Многоленточные машины Тьюринга. Тезис Черча-Тьюринга. Машина Минского. Теорема Минского.

Контекстно-свободные грамматики (3 часа самостоятельной работы)

КС-грамматики. Нормальная форма Хомского для КС-грамматики. Стековый автомат. Лемма пампинга для КС-языков и ее применение. Алгоритмы распознавания КС-языков. Задачи синтаксического анализа.

Разрешимость и неразрешимость (4 часа самостоятельной работы)

Неразрешимость проблемы остановки машины Тьюринга. Комбинаторная проблема Поста и ее неразрешимость. Рекурсивное сведение одной проблемы к другой. Примеры сведения проблем. Примеры неразрешимых проблем из теории формальных языков. Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые множества. Теорема Райса.

Нечеткая логика (4 часа самостоятельной работы)

Нечеткие множества и операции над ними. Лингвистическая переменная. Нечеткие отношения и операции над ними. Пропозициональные нечеткие логики. Треугольные нормы. Нечеткие правила вывода. Нечеткая логика в системах управления. Фаззификация и дефаззификация. Нечеткие модели Мамдани и Сугэно.

Теория баз данных (4 часа самостоятельной работы)

Реляционная модель данных. Структура реляционной модели. Операции Кодда и алгебра Кодда. Зависимости между атрибутами. Функциональные зависимости, join-зависимости, зависимости включения. Запросы. Конъюнктивные запросы. Оптимизация запросов. Даталог. Рекурсия и отрицание. Объектно-ориентированная реляционная модель данных.

Семантика программ (4 часа самостоятельной работы)

Операционная, декларативная (денотативная) и аксиоматическая семантики программ. Операционная семантика языка IAW (с операторами **if-then-else**, присваивание, **while**). Семантика неподвижной точки рекурсивных программ. Верификация программ. Аксиоматическая семантика Хоара.

Вычислительная сложность (4 часа самостоятельной работы)

Сигнализирующие времени и памяти тьюринговых программ. Классы временной и емкостной вычислительной сложности. Классы **P** и **NP**. Сведение задачи распознавания к другой задаче распознавания. **NP**-полные

задачи. Примеры **NP**-полных задач дискретной математики. О проблеме **P ≠ NP**.

Представление знаний (4 часа самостоятельной работы)

Семантические сети. Фреймы. Концептуальные графы. Deskриптивные логики. Deskриптивная логика **DL-Lite**. Дедукция в deskриптивных логиках. Алгоритмы, основанные на методе аналитических таблиц. Онтологии. Языки семейства **OWL**. Проблемы Семантического веба.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБРАЗОВАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины:

5 семестр – дифференцированный зачет.

Вопросы для самоконтроля и проведения зачета

1. Какие операции используются в теории множеств и как они соответствуют операциям булевой логики?
2. Как используются числа Фибоначчи для нахождения оценок вычислительной сложности алгоритмов для нахождения НОД и НОК? относится к информации ограниченного доступа?
3. Как используется теорема Тарского при определении семантики рекурсивных программ?
4. В чем отличие трактовок непротиворечивости в стандартной логике и нечеткой логике?
5. Как связана неразрешимость с величиной оценок вычислительной сложности?
6. В чем главное отличие deskриптивной логики **DL-Lite** от других deskриптивных логик?
7. В чем заключается главный недостаток семантических сетей по сравнению с deskриптивными логиками?
8. К какому классу сложности принадлежат конъюнктивные запросы к реляционным базам данных?

9. Найти число ориентированных графов с n вершинами.
10. Доказать справедливость заданных тождеств с теоретико-множественными операциями.
11. Построить производящие функции для заданных рекуррентных уравнений.
12. Найти наименьшие неподвижные точки операторов, ассоциированных с заданными рекурсивными программами.
13. Построить стековые автоматы для заданных КС-грамматик.
14. Угрозы безопасности и каналы утечки информации.
15. Доказать, что заданные формальные языки не являются регулярными (и значит не могут быть распознаны конечными автоматами).
16. Доказать, что заданные формальные языки не являются контекстно-свободными (и значит не могут быть распознаны стековыми автоматами).
17. Используя неразрешимость комбинаторной проблемы Поста, доказать неразрешимость проблемы непустоты пересечения КС-языков.
18. Оптимизировать заданные конъюнктивные запросы.
19. Построить семантическую сеть для заданного фрагмента предметной области.
20. Построить схему в языке **DL-Lite** заданного фрагмента предметной области.

Критерии оценки за освоение дисциплины определены в Инструктивном письме И-23 от 14 мая 2012 г.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная литература:

1. Новак В., Перфильева И.Г., Мочкорж И. Математические принципы нечеткой логики. М.: Физматлит, 2006. – 352 с.
2. Успенский В.А., Верещагин Н.К., Плиско В.Е. Вводный курс математической логики. – 2-е изд. – М.: Физматлит, 2007. – 128 с.
3. Дехтярь М.И. Лекции по дискретной математике. – М.: БИНОМ. 2009. – 259 с.

Дополнительная литература:

4. Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест. Алгоритмы: построение и анализ: пер. с англ. – 2-е изд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2004. – 960 с.

5. Дейт К.Д. Основы будущих систем баз данных: Третий манифест: пер. с англ. – 2-е изд. – М.: Янус-К, 2004. – 656 с.

6. Верещагин Н.К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов: Ч.3. Вычислимые функции / Н. К. Верещагин, А. Шень. – М.: МЦНМО, 1999. – 176 с.