

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

---

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МЭИ»

---

**Р.С. КУЛИКОВ  
Е.В. ЗАХАРОВА  
Д.В. ЦАРЕГОРОДЦЕВ**

## **СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО СЛЕЖЕНИЯ ЗА ПАРАМЕТРАМИ СИГНАЛА**

### **Лабораторный практикум**

по курсу «Радиоавтоматика» для студентов, обучающихся по направлению «Радиотехника» и специальности «Радиоэлектронные системы и комплексы» и по курсу «Управление в биотехнических системах» для студентов, обучающихся по направлению «Биотехнические системы и технологии»

Москва

Издательство МЭИ

2018

## Оборот титула

**УДК 621.396**

**ББК 32.811**

**К 903**

*Утверждено учебным управлением НИУ «МЭИ»*

*в качестве учебного издания*

Подготовлено на кафедре радиотехнических систем

Рецензенты:

Докт. техн. наук, проф. А.И. Перов,  
канд. техн. наук, доц. каф. РТС МГУСИ В.С. Сперанский

**Куликов Р.С.**

К 903 Системы автоматического слежения за параметрами сигнала: лабораторный практикум / Р.С. Куликов, Е.В. Захарова, Д.В. Царегородцев.— М.: Издательство МЭИ, 2018. — 50 с.

ISBN

Содержит описания и программы лабораторных работ, порядок их проведения и обработки результатов испытаний. Включены четыре лабораторные работы по изучению систем автоматического слежения за параметрами сигнала: задержкой, углом прихода, частотой и фазой.

Продолжительность каждого лабораторного занятия – 4 ч. Для студентов, обучающихся по направлениям «Радиотехника», «Радиоэлектронные системы и комплексы» и «Биотехнические системы и технологии».

**УДК 621.396**

**ББК 32.811**

© Национальный исследовательский  
университет «МЭИ», 2018

**Концевая полоса**

---

*Учебное издание*

**Куликов Роман Сергеевич**  
**Захарова Елена Владимировна**  
**Царегородцев Дмитрий Викторович**

**СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО СЛЕЖЕНИЯ  
ЗА ПАРАМЕТРАМИ СИГНАЛА**

**Лабораторный практикум**

по курсу «Радиоавтоматика» для студентов, обучающихся по направлению «Радиотехника» и специальности «Радиоэлектронные системы и комплексы» и по курсу «Управление в биотехнических системах» для студентов, обучающихся по направлению «Биотехнические системы и технологии»

Редактор издательства М.П. Малахов  
Компьютерная верстка М.К. Петушкеевой

---

Подписано в печать ...  
Физ. печ. л. 3,125

Печать офсетная  
Тираж 50 экз. Изд. №...

Формат 60x84/16  
Заказ №...

---

Оригинал-макет подготовлен в РИО НИУ «МЭИ».  
111250, Москва, ул. Красноказарменная, д.14.  
Отпечатано в типографии НИУ «МЭИ».  
111250, Москва, ул. Красноказарменная, д.13.

**ISBN**

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	4
1. Лабораторная работа №1 «Система слежения за задержкой сигнала».....	5
1.1. Основные сведения.....	5
1.2. Описание лабораторной установки.....	9
1.3. Домашняя подготовка.....	11
1.4. Лабораторное задание.....	11
1.5. Контрольные вопросы.....	13
2. Лабораторная работа №2 «Угловой дискриминатор».....	14
2.1. Основные сведения.....	14
2.2. Описание установки.....	19
2.3. Домашняя подготовка.....	21
2.4. Лабораторное задание.....	21
2.5. Контрольные вопросы.....	23
3. Лабораторная работа №3 «Нелинейные режимы работы системы слежения за частотой».....	23
3.1. Введение.....	23
3.2. Модель ССЧ.....	26
3.3 Домашняя подготовка.....	29
3.4. Порядок выполнения работы.....	30
3.5. Контрольные вопросы.....	30
4. Лабораторная работа №4 «Нелинейная дискретная система слежения за фазой».....	31
4.1. Введение.....	31
4.2. Задачи работы.....	31
4.3. Математическое описание и методы анализа дискретных нелинейных следящих систем.....	31
4.3.1. Математическое описание радиосигналов.....	32
4.3.2 Понятие фазового дискриминатора.....	34
4.3.3 Накопление отсчетов в дискриминаторе.....	35
4.3.4 Коррелятор.....	36
4.4. Модель системы слежения за фазой сигнала.....	37
4.5. Домашняя подготовка.....	42
4.6. Исходные данные моделирования.....	42
4.7. Порядок выполнения работы.....	44
4.8. Контрольные вопросы.....	49
Список рекомендованной литературы.....	50

## ***ПРЕДИСЛОВИЕ***

Данный лабораторный практикум включает в себя четыре лабораторных работы и предназначен для студентов, изучающих базовые курсы: «Радиоавтоматика» и «Управление в биотехнических системах».

В лабораторных работах изучаются и подробно исследуются аппаратные и программные модели четырёх типов следящих систем и их функциональных блоков, а именно: в лабораторной работе №1 – системы слежения за задержкой радиосигнала на базе аппаратного стенда; в лабораторной работе №2 – дискриминатора системы слежения за угловым направлением на источник сигнала на базе аппаратного стенда; в лабораторной работе №3 – система слежения за частотой, на базе программной модели; в лабораторной работе №4 – система слежения за фазой, на базе программной модели.

Таким образом, освещены основные типы систем автоматического слежения за параметрами сигнала: задержкой, углом прихода, частотой и фазой. Материал подаётся с возрастающей сложностью: от простой линейной следящей системы, иллюстрирующей базовые принципы систем автоматического регулирования с обратной связью, до полноценной модели нелинейной системы слежения за фазой сигнала. Что соответствует процессу подачи материала на лекциях по курсам «Радиоавтоматика» и «Управление в биотехнических системах».

# 1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 «СИСТЕМА СЛЕЖЕНИЯ ЗА ЗАДЕРЖКОЙ СИГНАЛА»

**Цель работы:** изучение влияния сглаживающего фильтра на процессы в линейной системе слежения за задержкой.

## 1.1. Основные сведения

Системы слежения за задержкой находят широкое применение в радиолокации и радионавигации для селекции сигнала на фоне помех и для измерения расстояния между источником и приёмником сигнала. Отслеживаемым (информативным) параметром для данной системы является задержка огибающей сигнала  $\tau_3$ .

Излучается сигнал, описываемый в общем виде:

$$S(t, \lambda) = Af(t - \tau_3) \cos(\omega t + \varphi_0), \quad t \in [0, T], \quad (1.1)$$

В точке приёма, находящейся на расстоянии  $R$  принимается аддитивная смесь сигнала  $S(t, \lambda)$  и шума  $n(t)$ :

$$y(t, \lambda) = S(t - \tau_3(R)) + n(t), \quad (1.2)$$

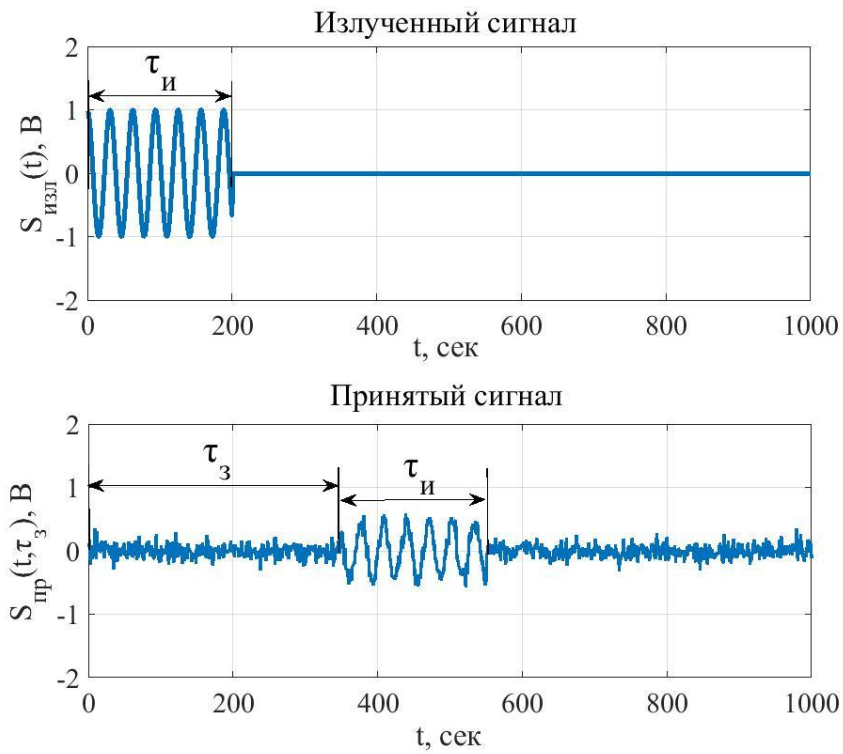
где  $\lambda$  – информативный параметр, в данном случае  $\tau_3$ ;  $A$  – амплитуда сигнала;  $f(t - \tau_3)$  – огибающая, смещенная во времени на время запаздывания  $\tau_3$ ;  $\cos(\omega t + \varphi_0)$  – высокочастотное заполнение с частотой  $\omega$  и начальной фазой  $\varphi_0$  (рис. 1.1). Шум  $n(t)$  – тепловой шум антенны, хорошо аппроксимирующийся белым гауссовским шумом с равномерной спектральной плотностью.

Задержка связана с расстоянием между точкой излучения радиосигнала и точкой его приёма:

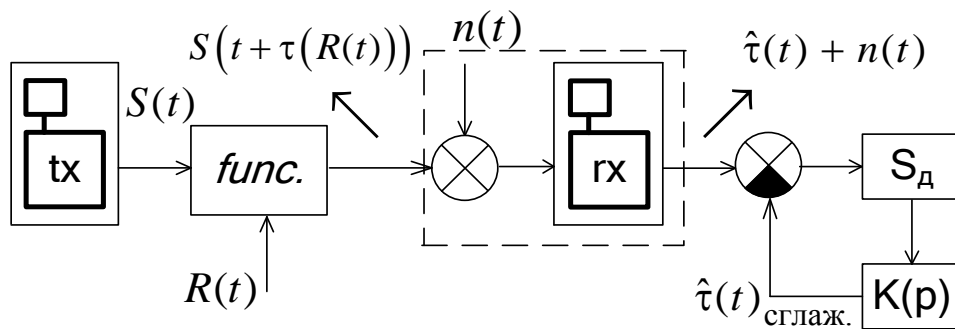
$$\tau_3(R) = \frac{R}{c}, \quad (1.3)$$

где  $c$  – скорость света.

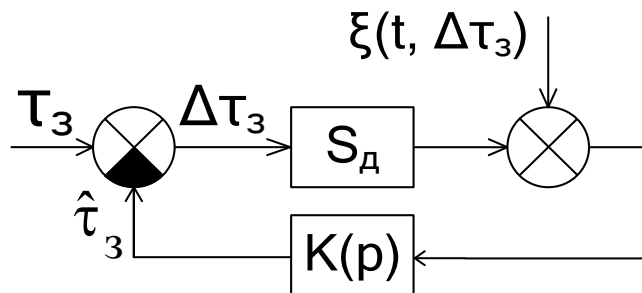
Как видно из (1.1), задержка входит в наблюдаемую реализацию (1.2) нелинейно. Поэтому, в общем случае, система слежения за задержкой (ССЗ) – нелинейная система. В данной работе для упрощения материала нелинейное измерение задержки производится вне системы слежения, а автоматическое слежение ведётся за процессом на выходе нелинейного измерителя. Слежение нужно, чтобы снизить шумовые флуктуации измеренной задержки и получить её сглаженную оценку. При этом петля слежения получается линейной (рис. 1.2). Структурная схема изучаемой системы может быть сведена к обобщенной структурной схеме следящей системы, представленной на рис. 1.3.



**Рис. 1.1. К оценке задержки радиоимпульса:**  
 $\tau_{и}$  – длительность импульса сигнала



**Рис. 1.2. Структурная схема системы:**  
 tx – цель, rx – измеритель



**Рис. 1.3. Структурная схема линейной ССЗ**

В данном случае дискриминатор получается линейным. (Важно понимать, что это справедливо только в данной упрощённой лабораторной работе; в общем случае, временной дискриминатор – устройство нелинейное). На рис. 1.3 приняты следующие обозначения:  $\xi(t)$  – флуктуации на выходе дискриминатора, обусловленные наличием на его входе шума наблюдения  $\eta(t)$ .

Спектральная плотность флуктуаций  $\xi(t)$ :

$$N_{\xi}(0) = N_{\eta}(0) S_{\text{Д}}^2. \quad (1.4)$$

На рис. 1.3. линейный дискриминатор представлен разностным сумматором, блоком умножения на крутизну  $S_{\text{Д}}$  и сумматором, добавляющим случайный процесс  $\xi(t, \Delta\tau_3)$ , описывающим флуктуационную составляющую ошибки слежения на выходе дискриминатора;  $K(p)$  – операторный коэффициент передачи линейного сглаживающего фильтра нижних частот (ФНЧ).

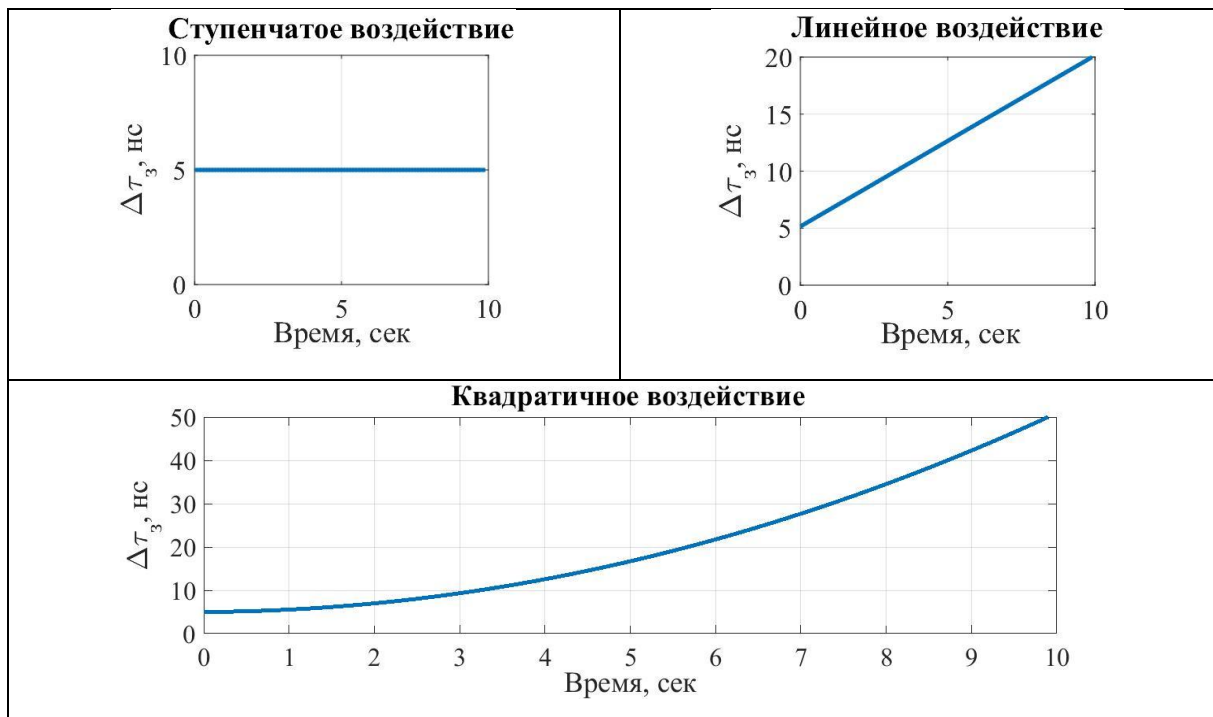
Пусть динамическое воздействие описывается полиномом степени  $N$ :

$$\lambda(t) = \sum_{i=0}^N \lambda_i t^i, \quad (1.5)$$

В лабораторной работе рассматривается три типа входного воздействия (рис. 1.4) на систему: ступенчатое («скачок»:  $N = 0$ ), линейное ( $N = 1$ ) и квадратичное ( $N = 2$ ).

При наличии динамического воздействия и шума наблюдения на входе следящей системы ошибка слежения содержит две составляющие: динамическую и флуктуационную. Динамическая ошибка обусловлена изменением отслеживаемого параметра (задержки) и неспособностью системы, обладающей ненулевой инерционностью (небесконечной полосой пропускания), отследить его без задержки. А флуктуационная – воздействием шума на входе и неспособностью системы с небесконечной инерционностью (с ненулевой полосой пропускания) подавить его полностью. Инерционные свойства следящей системы определяются характеристиками сглаживающего фильтра. Отсюда вытекают противоречивые требования к сглаживающему фильтру в кольце слежения: с одной стороны, он должен быть достаточно узкополосным (инерционным), чтобы эффективно подавлять флуктуационную составляющую ошибки слежения (то есть, подавлять шум наблюдения), а с другой стороны, он должен быть в достаточной мере широкополосным (безынерционным), чтобы не допустить большую динамическую ошибку слежения (быстро реагировать на изменения динамического воздействия).





**Рис. 1.4. Примеры входных воздействий**

Важной характеристикой динамических свойств следящей системы является её порядок астатизма, который равен числу интеграторов в контуре слежения. Существует [1, 2] простое правило, позволяющее в ряде случаев определить установившуюся ошибку слежения (то есть её среднее значение в установившемся режиме) в следящей системе, если известны:

1. порядок астатизма  $p$ ,
2. и порядок полинома  $l$ , описывающего входное динамическое воздействие (табл. 1.1).

*Таблица 1.1*

Соотношение степеней	Значение ошибки слежения
$p > l$ (порядок астатизма $>$ порядка полинома)	0
$p = l$ (порядок астатизма = порядку полинома)	<i>const</i>
$p < l$ (порядок астатизма $<$ порядка полинома)	$\infty$

В общем случае, установившееся значение  $v_{уст}$  процесса  $v(t)$  в линейной системе при детерминированном воздействии  $\lambda(t)$  на неё может быть легко рассчитано через теорему о предельном значении оригинала:

$$v_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s K_{\lambda v}(s) \Lambda(s), \quad (1.6)$$

где  $K_{\lambda v}(s)$  – передаточная функция, полученная из операторного коэффициента передачи путем замены переменных  $K_{\lambda v}(s) = K_{\lambda v}(p) \Big|_{p \rightarrow s}$ ;

$\Lambda(s) = L\{\lambda(t)\}$  – изображение по Лапласу входного воздействия.

Помимо установившегося значения, важным является и характер переходного процесса, по которому можно судить о запасе устойчивости следящей системы. Переходный процесс в устойчивых системах может носить колебательный или апериодический характер (определяется корнями характеристического уравнения). Так, например, значительное перерегулирование и медленно затухающие колебания переходного процесса говорят о малом запасе устойчивости.

Таким образом, изучая переходные процессы, можно оценивать точность следящей системы и делать выводы об её устойчивости. При этом выбор типа сглаживающего фильтра и его параметров, как было описано ранее, определяет свойства всей системы. Поэтому изучение влияния сглаживающего фильтра на процессы в следящей системе является важной задачей.

## 1.2. Описание лабораторной установки

В состав лабораторной установки входят два сверхширокополосных радиомодуля и персональный компьютер. Один из модулей имеет фиксированное положение и имитирует приёмопередатчик, а другой, свободно перемещающийся в пространстве, – цель, от которой «отражается» сигнал (рис. 1.5). Дискретная петля слежения (рис. 1.2) реализована на компьютере. При этом в составе контура слежения реализованы дискретные фильтры, соответствующие аналоговым прототипам без интегратора, с одним интегратором и с двумя интеграторами, обеспечивающими соответствующий порядок астатизма следящей системы.

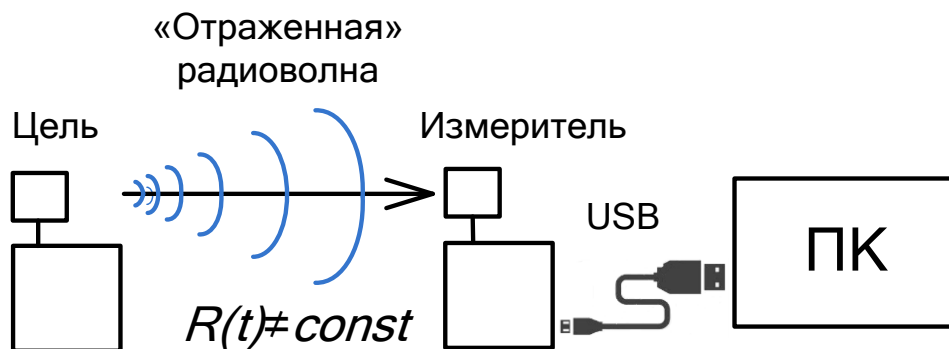
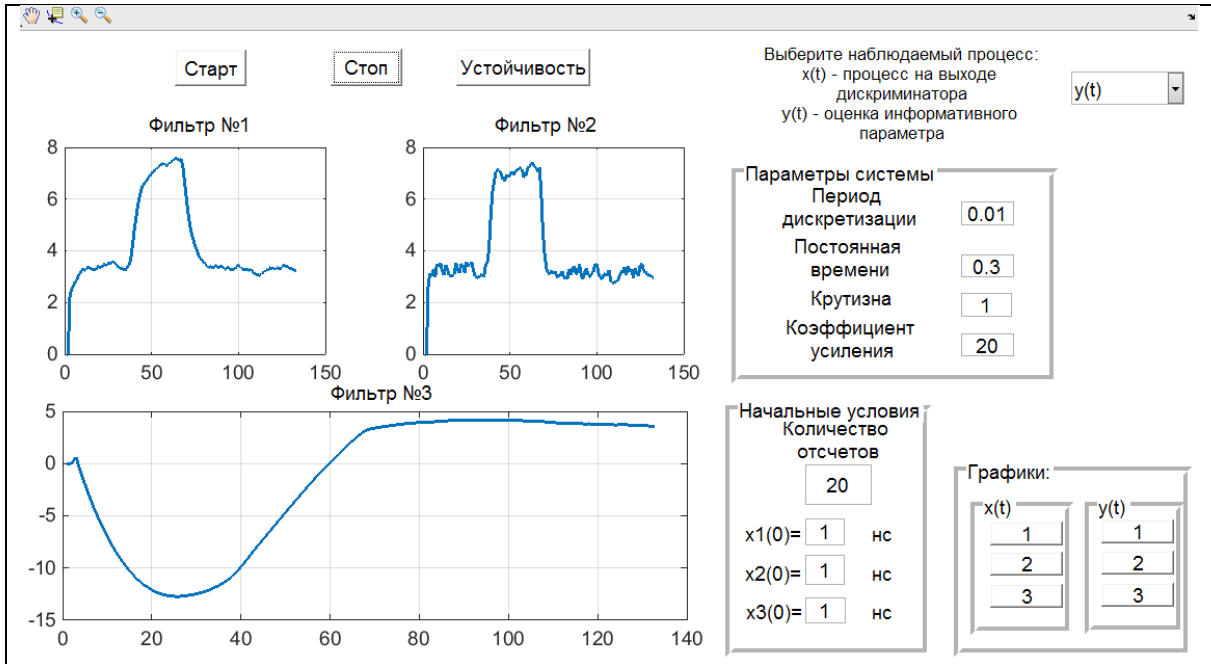


Рис. 1.5. К описанию лабораторной установки:  
ПК – персональный компьютер

Программная модель системы слежения (рис. 1.6) позволяет в реальном времени наблюдать процессы в выбранной точке системы одновременно для трех типов фильтров.

При нажатии на кнопки «Старт» и «Стоп» происходит, соответственно, начало и прекращение считывания данных в виде задержки с измерителя. Переключаться между наблюдаемыми процессами возможно в любое время без потери данных.



**Рис. 1.6. Интерфейс программной модели системы слежения**

На панели «Параметры системы» производится ввод основных параметров системы, влияющих на её режим работы. При этом изменение параметров может происходить во время съема показаний с измерителя (в реальном времени). Таким образом, возможно наблюдение изменения реакции системы на входное воздействие (ВВ) при вариации её параметров.

При нажатии на кнопку «Устойчивость» происходит расчет переходного процесса для трех типов фильтров с заданными параметрами системы на панели «Параметры системы» и начальными условиями, вводимыми на панели «Начальные условия».

На панели инструментов в верхнем левом углу расположены следующие инструменты:

Pan (👉) – при масштабировании графика позволяет вручную выбирать область просмотра.

Data Cursor (📏) – показывает значения по осям абсцисс и ординат выбранной точки графика.

Zoom In (+) и Zoom Out (-) – инструменты масштабирования.

Для большего удобства работы с графиками сделана панель «Графики» с двумя подпанелями « $x(t)$ » и « $y(t)$ ». В каждой подпанели находятся три кнопки, номер которой определяет номер фильтра. При нажатии на кнопку создается окно «График» с данными выбранного графика и расширенным функционалом работы с графиками.

### 1.3. Домашняя подготовка

1. Ознакомиться с описанием данной работы и с рекомендуемой литературой.

2. Для трех типов воздействий (ступенчатое, линейное и квадратичное) рассчитать ошибку слежения в установившемся режиме для фильтров, операторные коэффициенты передач которых представлены в табл. 1.2. Оценить их порядок астатизма. Результаты свести в таблицу.

Таблица 1.2

№ фильтра	$K(p)$
1	$\frac{K_{и}}{1 + pT_{\phi}}$
2	$\frac{K_{и}}{p}$
3	$\frac{K_{и}(1 + pT_{\phi})}{p^2}$

3. Продумать методики экспериментального определения параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  из табл. 1.3.

4. Подготовиться к ответу на контрольные вопросы.

### 1.4. Лабораторное задание

1. Для всех типов фильтров поочередно добейтесь устойчивого режима работы, подбирая их параметры, и симитируйте воздействие-скачок  $\lambda(t) = \alpha \cdot 1(t)$  (для всех вариантов подобранных параметров). Имитация скачка (рис. 1.7) производится резким перемещением (руками) подвижной цели из одной точки в другую.

2. Заполните соответствующие графы таблицы 1.3.

Таблица 1.3

Воздействие	Фильтр, №	$x_{уст}, c$	$y_{уст}, c$	$\Delta t_{уст},$ такты	$\hat{\alpha}, c$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}, c^{-1}$
$\alpha \cdot 1(t)$	1						
	2						
	3						
$\beta \cdot t$	1						
	2						
	3						
$\gamma \cdot t^2$	1						
	2						
	3						

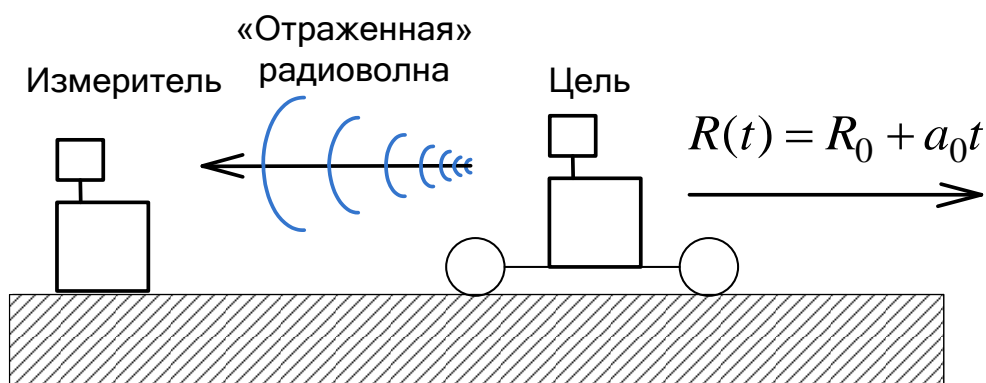


Рис. 1.7. Имитация линейного и скачкообразного воздействия

3. Сохраните файлы с характерными графиками (оценки информативного процесса и процесса на выходе дискриминатора).

4. По графикам оцените  $\hat{\alpha}$  (расстояние, на которое была резко передвинута цель). Сделайте выводы.

5. Повторите все измерения и построения для линейного входного воздействия  $\lambda(t) = \beta \cdot t$ . Имитация линейного воздействия (рис. 1.7) производится равномерным перемещением (руками) подвижной цели в сторону от неподвижного приёмопередатчика (или по направлению к нему).

6. Повторите все измерения и построения для квадратичного входного воздействия  $\lambda(t) = \gamma \cdot t^2$ . Для имитации квадратичного воздействия (рис. 1.8) в составе лабораторного стенда предусмотрена наклонная плоскость с направляющими, по которой свободно скатывается «те-

лежка» с закрепленной на ней целью. При этом неподвижный приёмопередатчик устанавливается на верхнем конце наклонной плоскости.

7. Подготовьте отчет о выполнении работы, сопоставьте измерения с результатами расчёта в домашней подготовке, сделайте выводы.

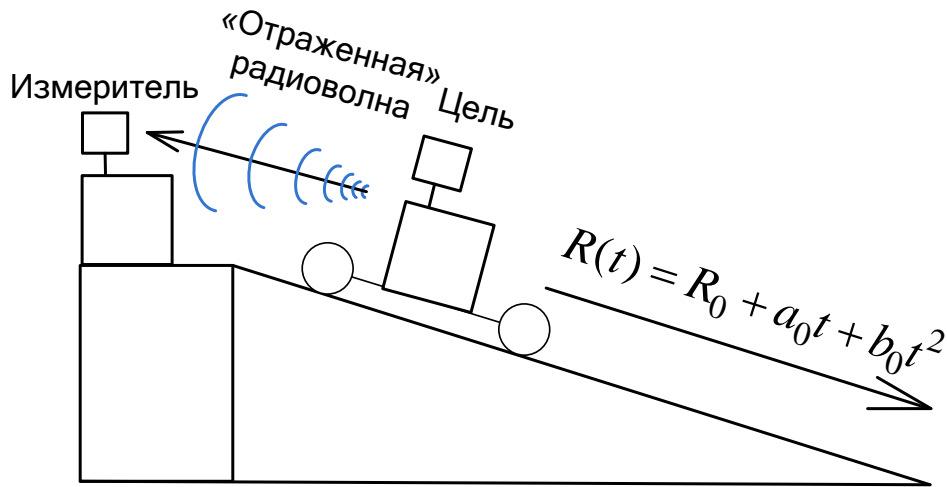


Рис. 1.8. Имитация квадратичного воздействия

## 1.5. Контрольные вопросы

1. Функциональная схема ССЗ. Поясните назначение и работу каждого блока.

2. Дайте определение понятия «порядок астатизма системы». Есть ли ограничение у систем на порядок астатизма? В чем заключается основная проблема систем с высоким порядком астатизма?

3. Дайте определение понятия «переходные процессы». Можно ли судить об устойчивости и запасе устойчивости по переходному процессу? Как влияет характер входного воздействия на тип (колебательный, апериодический) переходного процесса? Чем этот тип определяется?

4. Фильтр в составе кольца слежения, его характеристики и назначение. Соображения по поводу выбора полосы пропускания и порядка фильтра. Влияние порядка фильтра и его характеристик на переходные процессы. Возможна ли работа системы слежения без включения в её состав сглаживающего фильтра?

5. Для системы ССЗ выведите и изобразите законы изменения процесса на выходе дискриминатора для случая, когда на входе действует ступенчатое воздействие. Используйте операторный коэффициент передач фильтра №2, представленный в табл. 1.2.

**Примечание.** Для нахождения процесса  $x(t)$  на выходе системы при известном входном воздействии  $y(t)$  необходимо:

- 1) Найти изображение по Лапласу входного воздействия  $\lambda(t) \rightarrow \Lambda(s)$ .
- 2) Найти передаточную функцию  $K_{\lambda x}(s)$ .
- 3) Получить изображение по Лапласу выходного процесса  $X(s)$ .
- 4) Найти оригинал изображения выходного процесса  $X(s) \rightarrow x(t)$ .

Рекомендуется использовать расширенные таблицы преобразований Лапласа.

6. Для системы ССЗ выведите и изобразите законы изменения процесса на выходе ФНЧ для случая ступенчатого воздействия. Используйте операторный коэффициент передач фильтра №2, представленный в табл. 1.2.

7. Для системы ССЗ выведите и изобразите законы изменения процесса на выходе дискриминатора для случая линейного воздействия. Используйте операторный коэффициент передач фильтра №2, представленный в табл. 1.2.

8. Для системы ССЗ выведите и изобразите законы изменения процесса на выходе ФНЧ для случая линейного воздействия. Используйте операторный коэффициент передачи фильтра №2, представленный в табл. 1.2.

## **2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2 «УГЛОВОЙ ДИСКРИМИНАТОР»**

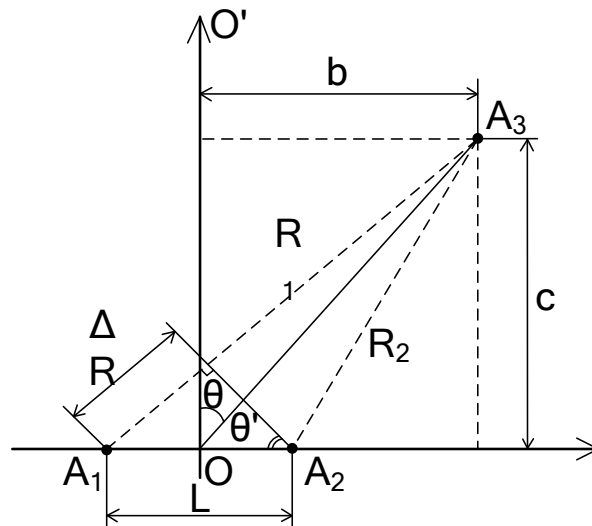
**Цель работы:** изучение характеристик углового дискриминатора на базе антенной решётки.

### **2.1. Основные сведения**

В радиолокации, радионавигации и радиоуправлении широко распространены системы слежения за угловым направлением (пеленгом) на источник сигнала, неотъемлемым элементом которых является угловой дискриминатор (УД). Существует множество методов определения пеленга. В данной работе рассматривается метод пеленга направления на источник сигнала по разности фаз сигнала, принимаемого разнесёнными

антеннами. Подобным образом работают угломерные системы с фазированными антенными решётками (ФАР).

Поясним суть данного метода. *Антенная решётка*, состоящая из двух разнесённых антенн ( $A_1$  и  $A_2$ ), которые называются *элементами антенной решётки* (рис. 2.1), принимает гармонический радиосигнал, излучённый целью (или отражённый – в данном случае не принципиально), находящейся в точке  $A_3$ .



**Рис. 2.1. Определение пеленга на источник сигнала по разности фаз**

Расстояние  $A_1A_2$  между элементами антенной решётки называется её *базой*. Предполагается, что расстояние до цели  $OA_3$  существенно больше базы антенной решётки, поэтому фронт радиоволны приближённо полагается плоским, а отрезки  $A_1A_3$ ,  $A_2A_3$  и  $OA_3$  приближённо параллельными.

В общем случае, расстояния  $A_1A_3 = R_1$  и  $A_2A_3 = R_2$  от цели до соответствующих элементов антенной решётки различны. (Они совпадают только в случае нахождения цели на нормали  $OO'$  к центру  $O$  базы антенной решётки  $A_1A_2$ , симметрично относительно её элементов  $A_1$  и  $A_2$ ). Поэтому в общем случае различаются фазы сигнала, принимаемого первым и вторым элементами антенной решётки.

Например, на рис. 2.1 цель находится в правой полуплоскости (точка  $A_3$ ). При этом, так как  $R_1 > R_2$  в один и тот же момент времени  $t_0$ , фаза  $\varphi_1(t_0)$  сигнала, принимаемого первым элементом антенной решётки в точке  $A_1$ , меньше фазы  $\varphi_2(t_0)$  сигнала, принимаемого вторым элементом антенной решётки в точке  $A_2$ :  $\varphi_1(t_0) < \varphi_2(t_0)$ . Или, другими словами, одна и та же фаза сигнала достигает сначала элемент  $A_2$  и несколько



позже – элемент  $A_1$  антенной решётки. Причём разность фаз  $\Delta\varphi(t_0) = \varphi_1(t_0) - \varphi_2(t_0)$  зависит от пеленга на цель  $\theta$ , длины волны  $\lambda$  и базы антенной решётки  $L$ :

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta R(\theta, L)}{\lambda}, \quad (2.1)$$

где  $\Delta R(\theta, L) = R_2 - R_1$ .

Таким образом, по разности фаз  $\Delta\varphi$ , измеряемой радиотехническими методами, можно судить о разнице расстояний  $\Delta R(\theta, L)$  от двух элементов антенной решётки до цели. Имея оценку разницы расстояний  $\Delta R(\theta, L)$  и зная базу антенной решётки  $L$ , можно оценить угловое направление на цель  $\theta$  по очевидным геометрическим соотношениям (рис. 2.1).

При большом расстоянии до цели  $OA_3 \gg L$  можно приближённо считать  $\hat{\theta} \approx \hat{\theta}'$ . Тогда, с учётом (2.1), угловое направление оценивается как:

$$\hat{\theta} \approx \hat{\theta}' = \arcsin\left(\frac{\Delta\hat{R}}{L}\right) = \arcsin\left(\frac{\Delta\hat{\varphi}}{2\pi} \cdot \frac{\lambda}{L}\right) \approx \theta + n, \quad (2.2)$$

где  $\Delta\hat{R}$  – оценка разности расстояний от цели до элементов антенной решётки, полученная по измеренной разности  $\Delta\hat{\varphi}$  фаз сигнала, принимаемого элементами решётки;  $n$  – шумовые флуктуации оценки углового направления.

Выражение (2.2) описывает работу измерителя углового направления – нелинейного устройства, процесс на выходе которого зависит от истинного направления на цель  $\theta$  относительно нормали  $OO'$  к базе антенной решётки  $A_1A_2$ . Информация о направлении на цель заключена в разности фаз (при этом длина волны  $\lambda$  и база решётки  $L$  считаются известными).

Оценка  $\hat{\theta}$  имеет флуктуационную погрешность  $n$ , обусловленную флуктуациями оценки разности фаз  $\Delta\hat{\varphi}$ : радиосигнал принимается в сумме с тепловыми шумами элементов антенной решётки, что приводит к флуктуациям оценок фаз. Если зафиксировать расстояние до цели  $OA_3$ , длину волны  $\lambda$  и пеленг на цель  $\theta$ , то большей базе решётки  $L$ , как следует из геометрии измерений, соответствует большая разность фаз  $\Delta\varphi$ , при этом флуктуационная ошибка оценки разности фаз остаётся неизменной, так как не меняется отношение сигнал/шум: амплитуда сигнала определяется расстоянием до цели, которое зафиксировано, а мощность шума наблюдения – шумовой температурой антенны и полосой приёмника, то есть, не зависит от мощности сигнала. Поэтому чем больше база

антенной решётки  $L$ , тем меньше относительная погрешность оценки разности фаз  $\Delta\hat{\phi}$ .

Оценка  $\hat{\theta}$  также имеет систематическую погрешность, вызванную отличием угла  $\theta'$  от истинного направления на цель  $\theta$ . Указанная систематическая погрешность заметнее проявляется при малых расстояниях до цели  $OA_3$ , сопоставимых с базой антенной решётки, когда условие параллельности лучей не выполняется и выражение (2.2) становится грубым. Таким образом, систематическая погрешность оценки углового направления снижается по мере увеличения расстояния от решётки до цели  $OA_3$  и/или уменьшения базы решётки  $L$ . Однако при этом из-за снижения мощности принимаемого сигнала растёт флуктуационная погрешность оценки.

Так как разность фаз  $\Delta\phi$  может быть однозначно измерена только в области  $(-\pi; \pi]$ , то при определённых условиях оценка разницы расстояний может иметь множество значений:

$$\Delta\hat{R} = \frac{\Delta\hat{\phi}}{2\pi} \lambda + \lambda k, \quad (2.3)$$

где  $k = 0, 1, 2, \dots$

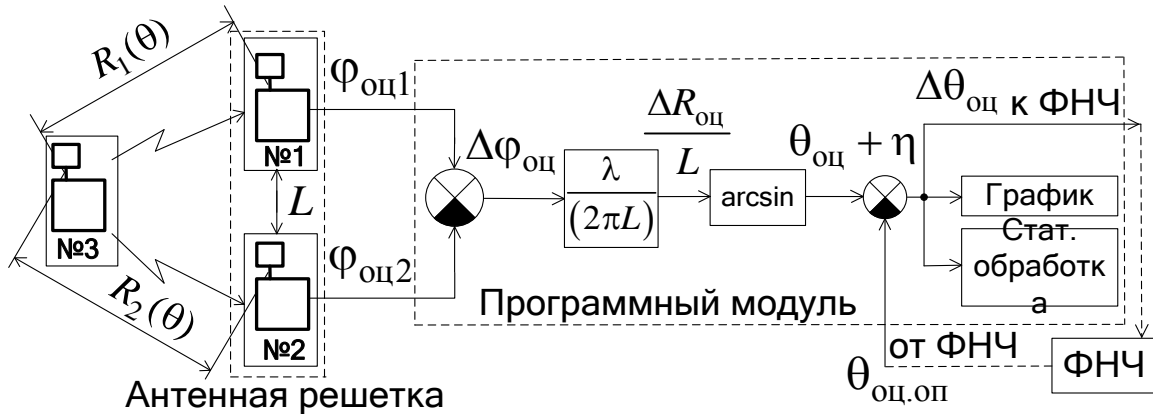
Эта проблема известна как проблема неоднозначности оценки углового направления фазовыми методами. Во избежание проблемы неоднозначности нужно гарантировать, чтобы база решётки не превышала половину длины волны:  $L \leq \lambda/2$ . В этом случае разность фаз  $\Delta\phi$  не выходит за пределы интервала  $(-\pi; \pi]$  и оценка углового направления будет однозначной. Максимальное значение разности фаз  $\Delta\phi$  имеет место, когда сигнал приходит из направления, совпадающего с прямой, на которой лежит база решётки; если база решётки не превышает половину длины волны, то разность фаз не выходит за пределы  $(-\pi; \pi]$ .

Угловой дискриминатор – устройство, процесс на выходе которого зависит от разницы между истинным угловым направлением и его оценкой. Существует множество вариантов построения углового дискриминатора, с которыми можно познакомиться в литературе [1, 2].

Угловой дискриминатор, рассматриваемый в данной работе, получается путём вычитания опорной оценки углового направления  $\hat{\theta}_{\text{оп}}$  из оценки углового направления  $\hat{\theta}$ , формируемой угловым измерителем. На рисунке 2.2 представлена структурная схема полученного углового дискриминатора.

Опорная оценка углового направления  $\hat{\theta}_{\text{оп}}$  формируется вне углового дискриминатора. В системе слежения за угловым положением, являющейся следящей системой с отрицательной обратной связью, опор-

ная оценка углового направления  $\hat{\theta}_{\text{оц}}$  формируется путём фильтрации процесса на выходе углового дискриминатора и его экстраполяции.

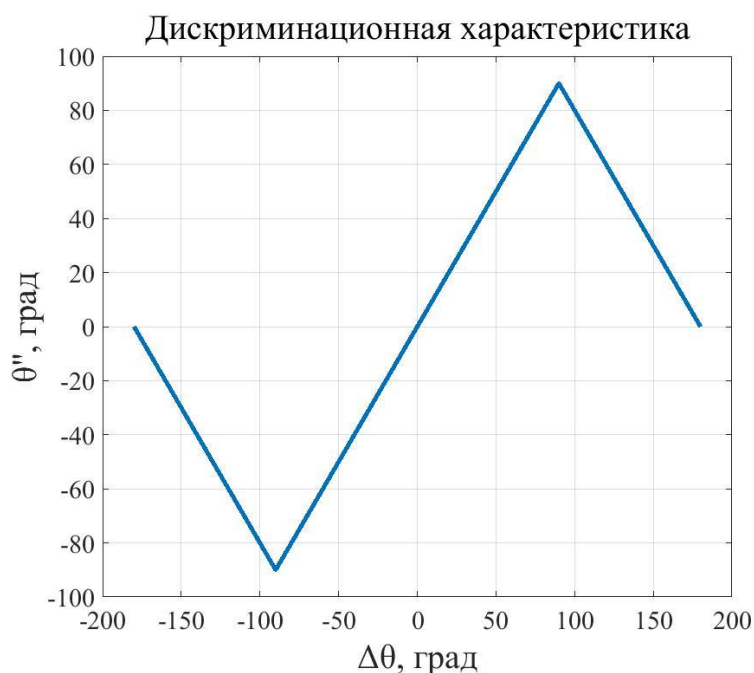


**Рис. 2.2. Структурная схема углового дискриминатора с фазовыми измерениями:**

$$\varphi_{\text{оц}1} = \varphi_1 + n_1; \quad \varphi_{\text{оц}2} = \varphi_2 + n_2; \quad \Delta\varphi_{\text{оц}} = \Delta\varphi + n_3 = \varphi_1 - \varphi_2 + n_1 - n_2$$

Данная работа ограничивается рассмотрением работы углового дискриминатора вне контура слежения, не в составе следящей системы. При исследовании характеристик углового дискриминатора опорная оценка углового направления устанавливается равной нулю  $\hat{\theta}_{\text{оц}} = 0$ , то есть обратная связь размыкается. В этом случае возможно исследовать характеристики дискриминатора без влияния динамических свойств замкнутой системы, определяемой сглаживающим фильтром.

На рисунке 2.3 представлена дискриминационная характеристика рассматриваемого дискриминатора. Видно, что угловое направление однозначно определяется только в диапазоне  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ . Это связано с ограниченностью области значений функции  $\arcsin(\cdot)$ . При этом рассматриваемый угловой дискриминатор не способен различать угловые направления  $\frac{\pi}{2} \pm \beta$ , где  $\beta$  – произвольный угол. То есть, оценки углового направления однозначны не для всей плоскости, но для полуплоскости, например, верхней или нижней на рис. 2.1. Эта неоднозначность возникает из-за симметрии двухэлементной антенной решётки: верхняя полуплоскость полностью симметрична нижней. Для снятия данной неоднозначности требуется ввести дополнительный элемент антенной решётки, с неколлинеарной базой, то есть лежащий не на той же прямой, что первые два элемента. Для простоты в данной работе угловые измерения ведутся только в одной полуплоскости с помощью двухэлементной антенной решётки.



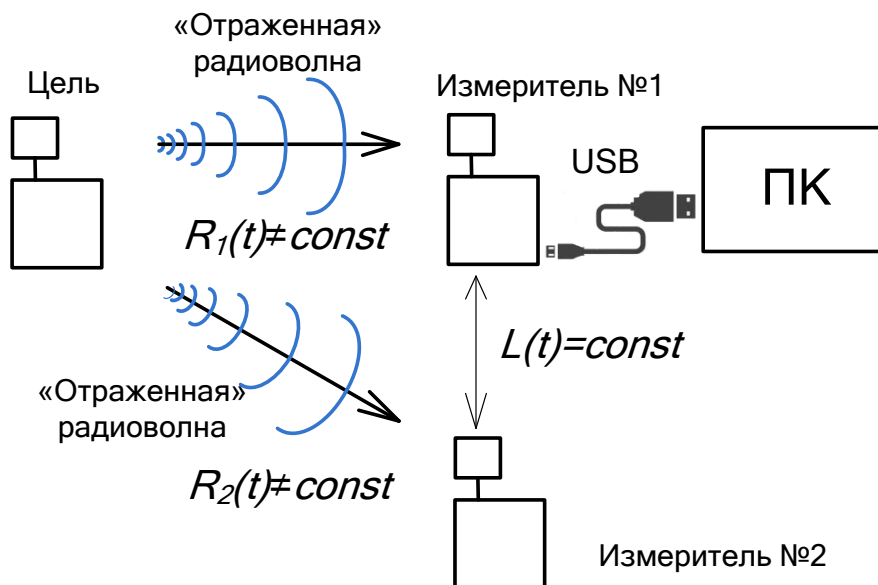
**Рис. 2.3.** Дискриминационная характеристика УД

## 2.2. Описание установки

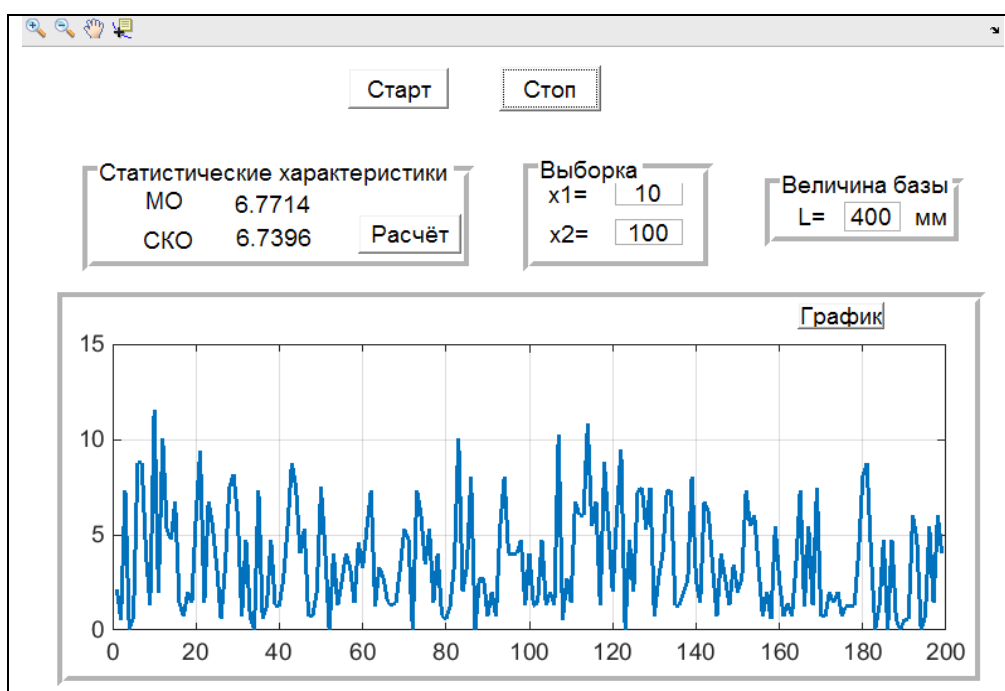
Измерительная установка (рис. 2.4) состоит из трех сверхширокополосных радиомодулей и компьютера. Модули №1 и №2 настроены на режим измерения и образуют антенную решётку. Элементы антенной решётки помещаются на поворотный стол. Расстояние  $L$  между модулями №1 и №2, база решётки, можно устанавливать на время проведения эксперимента произвольно (не менее 25 см). Модуль №3, цель, настроен на режим излучения. Он помещается на некотором удалении от центра антенной решётки, образованной модулями №1 и №2. Модуль №1 подключен к компьютеру для передачи измерений в программный модуль.

Строго говоря, используемые сверхширокополосные радиомодули измеряют не фазы принимаемых сигналов, а времена их распространения от цели до соответствующего элемента антенной решётки. Однако для целей изучения углового дискриминатора, времена распространения пересчитываются в фазы. Сделано это из методических соображений с учётом имеющихся возможностей доступной элементной базы. То есть ценой низкой точности измерений (фазовые измерения дальности гораздо более точные, чем измерения дальности по задержке) обеспечивается возможность изучения самих принципов фазовых угловых измерений.

В компьютерном модуле рассчитывается разность оценок фаз  $\Delta\hat{\phi}$  и её пересчёт в оценку углового направления  $\hat{\theta}$ . На рисунке 2.5 представлен интерфейс программного модуля.



**Рис. 2.4.** К описанию лабораторной установки:  
ПК – персональный компьютер



**Рис. 2.5.** Интерфейс программного модуля

Программный модуль позволяет в реальном времени наблюдать оценку  $\hat{\theta}$  угла  $\theta$ . При нажатии на кнопки «Старт» и «Стоп» происходит, соответственно, начало и прекращение считывания оценок фаз с измерителей №1 и №2 с последующей обработкой данных и графическим выводом оценки угла.

На панели «Величина базы» задается база решётки  $L$ .

На панели «Статистические характеристики» выводятся значения математического ожидания (МО) и среднеквадратического отклонения (СКО) реализации.

Кнопка «График» создает окно «График» с данными выбранного графика и расширенным функционалом работы с графиками.

### 2.3. Домашняя подготовка

1. Ознакомьтесь с описанием данной работы и рекомендуемой литературой.

2. Полагая истинное направление на цель  $\theta = \arctg\left(\frac{b}{c}\right)$ , его оценку

в угловом измерителе:

$$\hat{\theta} = \arcsin\left(\frac{R_1 - R_2}{L}\right) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{c^2 + (b + L/2)^2} - \sqrt{c^2 + (b - L/2)^2}}{L}\right)$$

(рис. 2.1), и опорную оценку углового направления  $\hat{\theta}_{оп} = 0$ , постройте четыре дискриминационные характеристики углового дискриминатора  $\hat{\theta}(\theta)$  для сочетания случаев близкого  $A_3O^{\min} \in [1, 1.5]$  м и далёкого  $A_3O^{\max} \in [4, 6]$  м расположения цели относительно антенной решётки, а также для случаев малой базы  $L^{\min} \in [0.25, 0.3]$  м и большой базы  $L^{\max} \in [0.5, 0.6]$  м (всего четыре сочетания). При построении всех четырёх дискриминационных характеристик должно выполняться условие:  $A_3O = b^2 + c^2$  или  $c = \sqrt{AO_3^2 - b^2}$ , или  $b = \sqrt{AO_3^2 - c^2}$ . То есть «цель» должна как бы «облетать» антенную решётку на фиксированном расстоянии.

3. Подготовьтесь к ответу на контрольные вопросы.

### 2.4. Лабораторное задание

Лабораторное задание заключается в экспериментальном измерении дискриминационной характеристики углового дискриминатора в четырёх случаях. Содержание экспериментов отражено в таблице 2.1.

Таблица 2.1

Содержание экспериментов		База антенной решётки $L$ , м	
		0.25...0.3	0.5..0.6
Расстояние до цели $c$ , м	1...1.5	эксперимент 1	эксперимент 2
	4...6	эксперимент 3	эксперимент 4

Порядок выполнения эксперимента 1 (рис. 2.1):

1. Установите элементы антенной решётки (радиомодули №1 и №2) на поворотном столе на расстоянии  $L^{\min}$ , выбранном в домашней подготовке, максимально точно.
2. Установите цель на расстоянии  $A_3 O^{\min}$ , выбранном в домашней подготовке.
3. Поверните антенную решётку на поворотном столе так, чтобы цель оказалась на нормали к базе решётки, установите нуль поворотного стола в этом положении.
4. Поворачивайте поворотный стол с шагом 5..10 градусов и для каждого положения измерьте оценку угла, получаемую усреднением нескольких измерений, а также СКО измерений. Результаты измерений заносите в таблицу 2.2.

Таблица 2.2

$L$ , м	$c$ , м	$b$ , м	$\theta$ , град	$M[\hat{\theta}]$	$\sigma[\hat{\theta}]$
...					

5. Постройте ДХ и флуктуационную характеристику.
6. Повторите измерения по п.п. 1-5 для экспериментов 2, 3 и 4.
7. Сопоставьте дискриминационные характеристики (ДХ), рассчитанные в домашней подготовке, с ДХ, полученными экспериментально. Сделайте выводы о влиянии параметров эксперимента (базы антенной решётки, расстояния до цели) на точность оценки углового направления.

**Примечание.** Точность оценки углового направления  $M[\hat{\theta}]$  на неподвижную цель возрастает с увеличением длительности периода усреднения ДХ.

## 2.5. Контрольные вопросы

1. Поясните способ оценки углового направления с помощью антенной решётки.
2. Поясните, при каких условиях и почему возникает неоднозначность при оценке углового направления с помощью антенной решётки.
3. Какие возможны оценки углового направления на источник сигнала, если разность фаз радиосигнала, принимаемого на первом и втором элементах антенной решётки, составляет  $\Delta\varphi = 22.5^\circ$ , а база антенной решётки  $L = 3\lambda$ , где  $\lambda$  – длина волны.
4. Поясните схему углового дискриминатора, рассматриваемого в работе.
5. Поясните форму дискриминационной характеристики углового дискриминатора, рассматриваемого в работе.
6. Как изменяется дискриминационная характеристика рассматриваемого в работе углового дискриминатора при приближении цели к антенной решётке?
7. Как зависит точность оценки углового направления от базы антенной решётки?
8. Как зависит точность оценки углового направления от расстояния до цели?

## 3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 «НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕЖИМЫ РАБОТЫ СИСТЕМЫ СЛЕЖЕНИЯ ЗА ЧАСТОТОЙ»

**Цель работы:** изучение особенностей захвата и срыва слежения в нелинейной дискретной системе слежения за частотой

### 3.1 Введение

Одной из ключевых особенностей следящих систем радиоавтоматики является нелинейность входящего в них дискриминатора, которая обусловлена тем, что параметры принимаемого сигнала, представляющие интерес (так как в них заключена информация) – фаза, частота, задержка, – входят в модель сигнала нелинейно. Поэтому сравнение интересующего параметра принимаемого сигнала с его оценкой, которое производит дискриминатор, является нелинейной операцией.



На первый вход дискриминатора, являющийся одновременно также входом следящей системы радиоавтоматики, поступает процесс в виде суммы сигнала, зависящего от информативного параметра, и шума наблюдения. На второй вход дискриминатора поступает опорный сигнал – детерминированная функция оценки информативного параметра (являющейся случайным процессом). Нестабильность опорного генератора здесь не рассматривается. После нелинейного преобразования обоих входных процессов, конкретное содержание которого определяется типом дискриминатора (фазовый, частотный, временной, угловой), формируется случайный процесс на выходе дискриминатора – *оценка* рассогласования информативных параметров входного и опорного сигналов. Этот процесс содержит систематическую и флуктуационную составляющие.

В теории радиоавтоматики выделяют модель *статистического эквивалента дискриминатора* и строят на его основе *эквивалентную обобщённую структурную схему* следящей системы. Эквивалентность модели дискриминатора и построенной на его основе структурной схемы заключается в том, что процессы в реальной следящей системе (в виде параметров входного и опорного сигналов, а также шума наблюдения), описываемой *функциональной схемой*, и информативные процессы в структурной схеме имеют одинаковые статистические характеристики, а именно, два первых центральных момента: среднее значение (математическое ожидание, МО) и дисперсию. Этих двух моментов достаточно для полного описания случайных процессов в гауссовом приближении, хорошо себя зарекомендовавшем в инженерной практике.

Основной характеристикой дискриминатора является его дискриминационная характеристика (ДХ), которая представляет собой зависимость МО *оценки* рассогласования (т.е. процесса на выходе дискриминатора) от *истинного* рассогласования информативных параметров входного и опорного сигналов. Ввиду нелинейности зависимости мгновенных значений входного и опорного сигналов от информативного параметра и его оценки соответственно ДХ реальных дискриминаторов оказываются нелинейными.

Большую часть времени следящие системы работают в условиях малой ошибки слежения, когда ДХ может полагаться приближённо линейной. В этом случае справедливы линейные методы анализа характеристик следящей системы и процессов в ней. Как правило, устойчивость и точность слежения оцениваются линейными методами. Однако в ряде важных случаев рассогласование между информативными параметрами входного и опорного сигналов может оказаться большим и выйти за пределы линейного участка ДХ. В этих случаях следящая система работает в *нелинейном режиме*, в котором проявляются особые эффекты, не наблюдаемые в линейном режиме. Важными проявлениями нелинейных

свойств являются *захват* и *срыв* слежения, они оказывают принципиальное влияние на работу следящих систем.

С захвата информативного процесса на слежение обязательно начинается работа любой следящей системы радиоавтоматики. Если захват не произошёл, то слежение невозможно: дискриминатор формирует неверную оценку рассогласования, сглаживающий фильтр формирует на её основе неверную оценку информативного процесса, и на опорный генератор поступает неверное управление – в результате рассогласование увеличивается. Если захват произошёл, следящая система переходит в режим слежения, для описания которого хорошо подходит более простой линейный аналитический аппарат.

Захват может не произойти, если начальное рассогласование между оценкой информативного параметра и его истинным значением слишком велико. Насколько большое начальное рассогласование допустимо, определяется структурой и параметрами следящей системы и подлежит оценке. При проектировании радиотехнических систем уделяется отдельное внимание обеспечению достаточно точного начального целеуказания для следящих систем, чтобы обеспечить надёжный захват информативного параметра на слежение.

В процессе слежения рассогласование между информативными параметрами может выйти за границы линейного участка ДХ, в результате чего формируется неверная оценка рассогласования на выходе дискриминатора, что может привести к нарушению режима слежения – срыву слежения. Причины срыва – резкое изменение истинного информативного параметра, отследить которое система радиоавтоматики «не успевает» (например, резкое увеличение скорости самолёта при взлёте или манёвре). Также к срыву слежения может привести резкий выброс флуктуаций шума наблюдения. Присутствие обоих факторов одновременно – высокой динамики информативного процесса и низкого отношения сигнал/шум – повышают вероятность срыва слежения, ухудшая условия работы. В отличие от линейных систем (в которых нет явления захвата и срыва слежения), нелинейные системы не могут обеспечить слежение за очень большой динамикой информативного процесса при очень малом отношении сигнал/шум (из-за повышения вероятности срыва слежения).

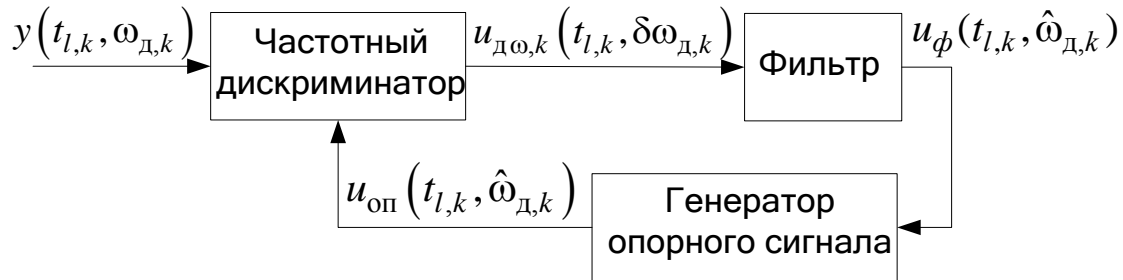
В данной работе нелинейный режим следящей системы радиоавтоматики исследуется на примере структурной модели дискретной ССЧ. ССЧ используются в навигационной аппаратуре потребителей систем ГЛОНАСС и GPS, а также в радиолокации и в гидроакустике (в том числе, в медицинских приборах диагностики) для оценки доплеровской частоты, по которой, в частности, оценивается вектор скорости.

В лабораторной работе оцениваются *полоса захвата* и *полоса удержания* системы ССЧ. В домашней подготовке полосы оцениваются

аналитически, а в процессе выполнения работы – с помощью имитационного моделирования.

### 3.2. Модель ССЧ

Функциональная схема ССЧ представлена на рис. 3.1.



**Рис. 3.1. Функциональная схема дискретной нелинейной ССЧ**

Информативным параметром для ССЧ является доплеровская частота входного сигнала (номинальное значение частоты известно). При этом остальные параметры (задержка, амплитуда) полагаются известными. На практике применяются различные схемы и алгоритмы частотных дискриминаторов (ЧД), сглаживающих фильтров и формирования опорного сигнала.

Из теории оптимального оценивания известно общее выражение для описания частотного дискриминатора:

$$u_{d\omega}(k) = \left( \frac{\partial \ln(f(Y_k^M, \omega_{d,k}))}{\partial \omega_{d,k}} \right)_{\omega_{d,k} = \hat{\omega}_{d,k}}. \quad (3.1)$$

Можно показать, что при всех известных параметрах сигнала, кроме оцениваемого, производная по информативному параметру в (3.1) берётся от функции правдоподобия, которая для оценки неэнергетических параметров (к которым относится и частота) записывается следующим образом:

$$p(Y_k^M | \omega_d) = C \exp \left( \sum_{l=1}^M \frac{u_{оп}(t_{l,k}, \hat{\omega}_{d,k}) \times y(t_{l,k}, \omega_{d,k})}{\sigma_n^2} \right), \quad (3.2)$$

где  $Y_k^M$  –  $k$ -ая выборка входного процесса  $y$  объёмом  $M$  отсчётов;  $C$  – константа;  $u_{оп}$  – опорный сигнал;  $y$  – входной процесс, сумма входного сигнала и шума наблюдения;  $\omega_d$  – доплеровская частота;  $\hat{\omega}_d$  – оценка доплеровской частоты;  $\sigma_n^2$  – дисперсия шума наблюдения.

Таким образом, как видно из (3.2) в дискриминаторе производится операция перемножения отсчётов входного процесса и опорного сигнала, а также суммирование результата – *накопление*. Операцию (3.2) производит коррелятор – общий для всех дискриминаторов дискретных следящих систем блок, на выходе которого формируются *синфазная* (3.3) и *квадратурная* (3.4) компоненты:

$$I_k = \sum_{l=1}^M y_{l,k} \times h(t_{l,k} + \hat{\tau}_k) \cos((\omega_0 + \hat{\omega}_{д,k})t_{l,k}), \quad (3.3)$$

$$Q_k = \sum_{l=1}^M y_{l,k} \times h(t_{l,k} + \hat{\tau}_k) \sin((\omega_0 + \hat{\omega}_{д,k})t_{l,k}), \quad (3.4)$$

где  $h(t_{l,k} + \hat{\tau}_k)$  – модуляция опорного сигнала (в данной работе не рассматривается).

Операция взятия производной (3.1) в дискретных частотных дискриминаторах реализуется приближённо, причём возможны разные варианты [3]. В данной работе производная функции правдоподобия по доплеровской частоте приближённо реализуется в блоке «дискриминирующая функция» (рис. 3.3) следующим образом:

$$u_{д\omega,k} = \frac{I_{k-1}Q_k - I_kQ_{k-1}}{S_{д\omega}}, \quad (3.5)$$

где  $S_{д\omega}$  – нормирующий множитель, значение которого выбирается из условия получения единичной крутизны дискриминационной характеристики при максимальном уровне навигационного сигнала.

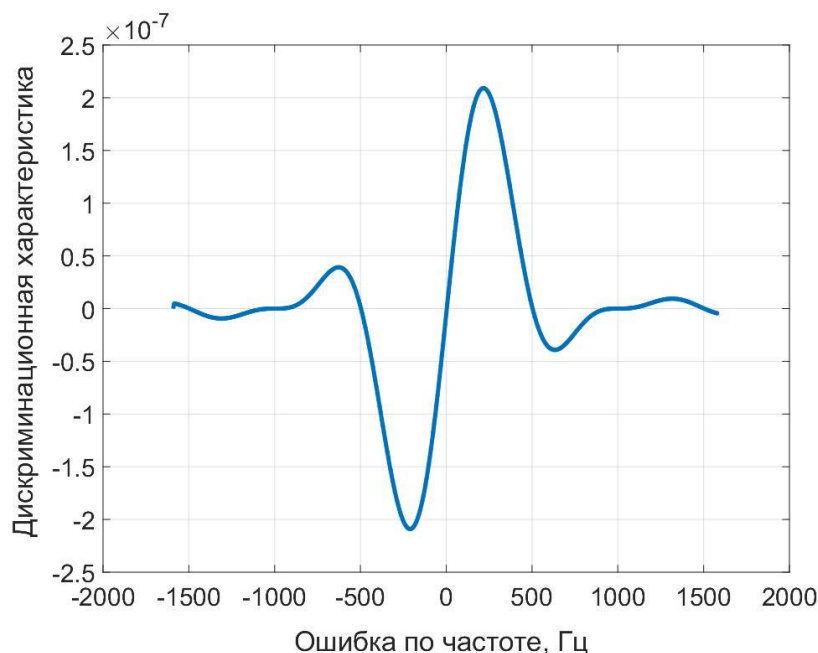
На рис. 3.2 представлена дискриминационная характеристика рассмотренного частотного дискриминатора до нормировки на  $S_{д\omega}$ .

Сглаживающий фильтр ССЧ, моделируемой в работе, представляет собой дискретный аналог РС-фильтра (что соответствует нулевому порядку астатизма ССЧ) и описывается следующим разностным уравнением:

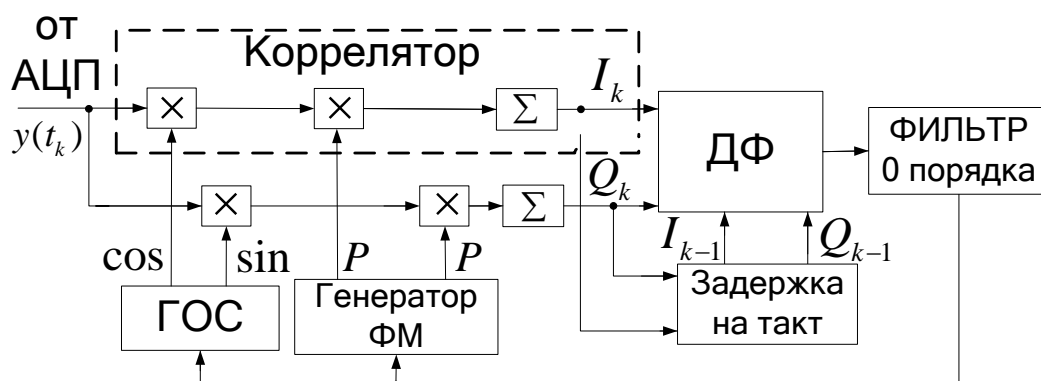
$$\hat{x}_k = (1 - \alpha_\phi)\hat{x}_{k-1} + \alpha_\phi\lambda_{k-1}, \quad (3.6)$$

где  $\hat{x}_k = \hat{\omega}_{д,k}$  и  $\hat{x}_{k-1} = \hat{\omega}_{д,k-1}$  – оценка доплеровского смещения частоты сигнала на  $k$ -том и предыдущем ( $k-1$ ) шагах соответственно;  $\lambda_{k-1} = u_{д\omega,k-1}$  – выходное напряжение дискриминатора на предыдущем ( $k-1$ ) шаге;  $\alpha_\phi$  – безразмерный параметр, характеризующий инерционность дискретного фильтра.

Схема ССЧ, моделируемой в работе, представлена на рис. 3.3. Здесь генератор ФМ формирует дальномерный код для модуляции (двухпозиционной фазовой манипуляции) опорного сигнала.



**Рис. 3.2.** Дискриминационная характеристика ЧД

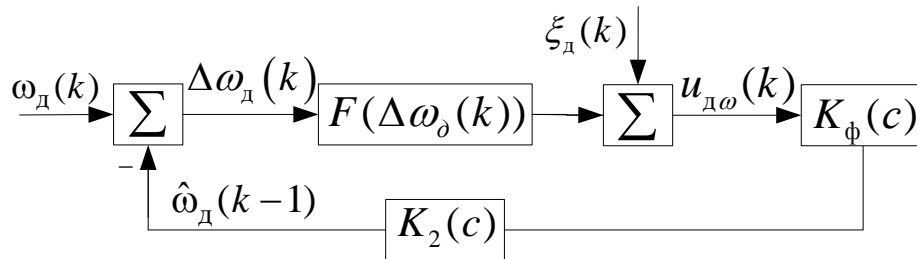


**Рис. 3.3.** Схема дискретной нелинейной ССЧ

На рис. 3.3 приняты следующие обозначения: АЦП – аналого-цифровой преобразователь; Генератор ФМ – генератор функции модуляции несущей сигнала цифровым дальномерным кодом  $h(t_{l,k})$ ; ГОС – генератор опорного сигнала; ДФ – дискриминирующая функция.

На рисунке 3.4 представлена эквивалентная структурная схема дискретной нелинейной ССЧ, на которой приняты следующие обозначения:  $\omega_d(k)$  – доплеровская частота, информативный параметр, за которым ведется слежение;  $\Delta\omega_d(k)$  – ошибка слежения за частотой, рассогласование по частоте;  $\xi_d(k)$  – флуктуационный процесс (шум) на выходе дискриминатора;  $K_\phi(c)$ ,  $K_2(c)$  – операторные коэффициенты сглажи-

вающего фильтра и звена задержки в контуре следящей системы;  $c$  – оператор временного сдвига, такой, что для произвольной функции  $f(k)$  справедливо выражение:  $cf(k) = f(k-1)$ ;  $\hat{\omega}_d(k-1)$  – оценка частоты;  $F(\Delta\omega_d(k))$  – дискриминационная характеристика.



**Рис. 3.4. Структурная схема нелинейной дискретной ССЧ**

Совокупность коррелятора и блока «дискриминирующая функция» на рис. 3.3 образуют частотный дискриминатор, реально существующее и функционирующее техническое устройство. Совокупность сумматоров и блока дискриминационной характеристики на рис. 3.4 образуют его статистический эквивалент, математическую абстракцию, удобную для анализа и упрощённого моделирования. Статистическая эквивалентность понимается в смысле эквивалентности математического ожидания (МО) и дисперсии процесса на выходе реального частотного дискриминатора (рис. 3.3) и МО и дисперсии процесса на выходе его эквивалента (рис. 3.4).

В работе построена приближённая модель нелинейной системы ССЧ по её структурной схеме (рис. 3.4). Ввиду нелинейности дискриминационной характеристики, упрощённая модель ССЧ сохраняет нелинейные свойства, присущие реальной ССЧ. Поэтому анализ захвата сигнала на слежение и срыва слежения можно проводить на упрощённой модели ССЧ. Упрощение заключается в том, что моделируется не сигнал на промежуточной частоте, что требует высокой частоты дискретизации и существенной вычислительной нагрузки, а только медленно меняющийся информативный процесс: доплеровская частота.

### 3.3. Домашняя подготовка

1. Изучить описание модели ССЧ, используемой в работе.
2. Изучить по учебнику [2] или [3] методику оценки полосы захвата и полосы удержания путём графического решения нелинейного дифференциального уравнения. Включить материалы в подготовку.

3. Продумать методику экспериментальной оценки полосы захвата и полосы удержания: требуемые входные воздействия, признаки захвата и срыва. Включить материалы в подготовку.
4. Подготовиться к ответу на контрольные вопросы.

### 3.4. Порядок выполнения работы

1. Построить зависимость  $\Omega(\Omega_c)$  – расстройки  $\Omega$  от отклонения  $\Omega_c$  для двух значений крутизны регулировочной характеристики путём графического решения нелинейного дифференциального уравнения. Оценить полосы захвата и удержания.
2. Построить зависимость  $\Omega(\Omega_c)$  – расстройки  $\Omega$  от отклонения  $\Omega_c$  для двух значений крутизны регулировочной характеристики путём имитационного моделирования ССЧ при различных отношениях сигнал/шум. Оценить полосы захвата и удержания.
3. Сопоставить результаты и сделать выводы.

### 3.5. Контрольные вопросы

1. Дайте определение дискриминатора радиотехнической следящей системы. Поясните принцип его работы. Какими характеристиками он описывается? Какие виды дискриминаторов вам известны?
2. Для чего необходимо учитывать нелинейность дискриминационной характеристики? Какие методы при этом используются?
3. Какие методы анализа непрерывных нелинейных следящих систем вам известны? Какой метод используется в данной работе? Поясните его суть.
4. Статистический эквивалент дискриминатора, дискриминационная характеристика и её крутизна.
5. Поясните принцип работы частотного дискриминатора, используемого в работе.
6. Как происходит захват на слежение в системах радиоавтоматики и срыв слежения в ней?
7. Дайте определение понятиям «полоса захвата» и «полоса удержания» системы ССЧ.
8. В чем заключается методика определения полос захвата и удержания путём решения нелинейного дифференциального уравнения?
9. В чем заключается методика экспериментального определения полос захвата и удержания?

## **4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4 «НЕЛИНЕЙНАЯ ДИСКРЕТНАЯ СИСТЕМА СЛЕЖЕНИЯ ЗА ФАЗОЙ»**

**Цель работы:** изучение процессов в нелинейной системе фазовой автоподстройки с различными фазовыми дискриминаторами, используемыми в навигационной аппаратуре потребителей ГЛОНАСС/GPS и в других радиотехнических системах, в том числе, в медицинских диагностических приборах.

### **4.1. Введение**

В лабораторной работе изучаются вопросы, связанные с принципом работы дискретной нелинейной системы слежения за фазой (ССФ) радиосигнала с модуляцией ФМ-2 (англ. BPSK(1)), с наблюдением и исследованием процессов, происходящих в данной системе.

### **4.2. Задачи работы**

- 1) изучить теоретические вопросы, связанные с математическим описанием дискретных нелинейных систем слежения за фазой сигнала;
- 2) изучить применение систем слежения за фазой, работающих по модулированному сигналу ФМ-2;
- 3) изучить особенности работы системы слежения за фазой сигнала;
- 4) понять, как работают различные типы нелинейных фазовых дискриминаторов в следящей системе, используя для этого их дискриминационные характеристики;
- 5) проанализировать воздействие детерминированных процессов на дискретную нелинейную систему слежения за фазой;
- 6) проанализировать возникновение ошибок слежения в системе слежения за фазой.

### **4.3. Математическое описание и методы анализа дискретных нелинейных следящих систем**

В современном мире подавляющее число систем радиоавтоматики (СРА) являются цифровыми нелинейными системами. Нелинейность реальных цифровых систем заключается в двух факторах:

1. в нелинейности дискриминаторов, входящих в их состав (аналогично реальным непрерывным СРА);
2. в природе квантованных по уровню процессов в цифровых СРА.



Для упрощения анализа нелинейными эффектами квантования процессов по уровню пренебрегают и приближённо рассматривают цифровые СРА как дискретные СРА с непрерывными значениями процессов в тактовые моменты времени (а между тактовыми моментами их никак не рассматривают). Чем больше разрядность цифровой СРА (то есть чем больше уровней квантования используется в процессе её работы), тем меньше погрешность, вносимая указанным приближением.

Нелинейность дискриминатора реальной СРА сохраняется при приближённой замене цифровой СРА дискретной СРА, так как обусловлена нелинейностью зависимости мгновенных значений принимаемого радиосигнала от его параметров, за которыми ведётся слежение (частота, фаза и задержка входят в аргумент гармонической функции несущей, то есть нелинейно) [1, 2]. Познакомимся со структурой реальных нелинейных фазовых дискриминаторов современных цифровых СРА, входящих в огромное число широко используемых на практике цифровых приборов и устройств.

В данной лабораторной работе рассматривается полностью дискретная следящая система за фазой сигнала, в которой дискретизация входного процесса происходит до СРА, а все процессы в СРА – дискретные.

### 4.3.1. Математическое описание радиосигналов

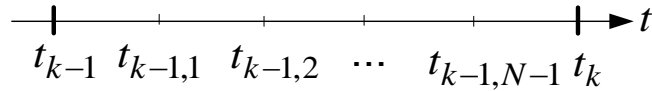
На входе ССФ действует дискретный входной процесс:

$$y(t_{l,k}) = Ah(t_{l,k} + \tau(kT)) \cos(\omega_n t_{l,k} + \omega_{d,k}(l-1)T_d + \varphi_k) + n(t_{l,k}), \quad (4.1)$$

где  $A$  – амплитуда принимаемого сигнала;  $h(t_{l,k})$  – функция модуляции несущей сигнала цифровым информационным кодом – фазовая манипуляция на  $\pm\pi$ , что эквивалентно умножению на  $\pm 1$ ;  $\tau$  – запаздывание нуля времени в шкале приёмника относительно шкалы времени передатчика;  $\omega_n$  – несущая частота сигнала;  $\varphi_k$  – оцениваемая фаза радиосигнала;  $l = 1, 2, 3, \dots, M$ ,  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$  – тактовые переменные;  $T_d$  – период дискретизации;  $T = MT_d$  – период, в течение которого доплеровский сдвиг и запаздывание можно считать примерно постоянными;  $\omega_{d,k}$  – доплеровское смещение частоты;  $n(t_{l,k})$  – дискретный шум наблюдения;  $t_{l,k} = kT + lT_d$  – описание дискретного времени с двойной нумерацией, временная диаграмма текущего дискретного времени приведена на рис. 4.1.

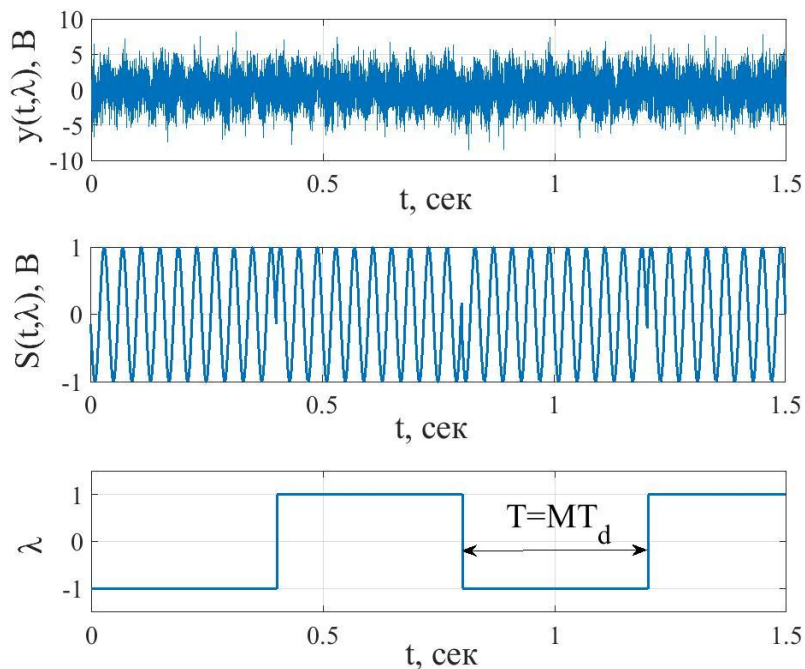
Рассмотрим прием сигнала (4.1), в котором  $\tau_k$  и  $\omega_{d,k}$  полагаем известными величинами. Поэтому в рамках данной лабораторной работы

будем оценивать фазу входного сигнала  $\varphi_k$ . Как известно [1, 2], оценки для опорного сигнала формируются в фильтре следящей системы. Для чего применяется аппарат теории оптимальной фильтрации.



**Рис. 4.1. Временная диаграмма**

Теория основана на статистическом описании наблюдаемых  $y(t_{l,k})$  и информативных  $\lambda(t_{l,k})$  процессов (в нашем случае – оцениваемая фаза радиосигнала  $\varphi_k$ ), а её основной задачей является нахождение апостериорной плотности вероятности (АПВ)  $p(\lambda | Y)$  информативных процессов при заданном априорном (предполагаемом) описании динамики изменения информативных процессов и при имеющихся наблюдениях  $Y^M = \{y_1, y_2, \dots, y_M\}$  (на интервале [примерного] постоянства информативных параметров, см. рис. 4.2).



**Рис. 4.2. К пояснению «двойной» шкалы времени**

В данной лабораторной работе рассматривается система слежения за фазой (ССФ) радиосигнала, поэтому в качестве параметра выступает фаза входного сигнала:  $\lambda(t_{l,k}) = \varphi(t_{l,k}) = \varphi_k$ . Задача получения оценки

информативного процесса  $\varphi_k$ , переносимого радиосигналом, относится к классу задач нелинейной фильтрации, решение которых может быть получено в том или ином приближении. Наиболее часто используется гауссовское приближение (аппроксимация) АПВ  $p(\varphi_k | Y)$ . В этом случае оптимальная (точнее, квазиоптимальная) оценка фазы  $\hat{\varphi}_k$  формируется системой слежения за фазой радиосигнала, изображенной на рис. 4.3.

Отсчёты наблюдаемого процесса  $y(t_{l,k}, \varphi_k)$  поступают на вход фазового дискриминатора, на второй вход которого поступают отсчёты опорного колебания. Частота дискретизации входного и опорного сигналов  $f_d = 1/T_d$  достаточно велика, чтобы корректно отображать мгновенные значения входного и опорного процессов, несущие и промежуточные частоты которых обычно составляют десятки – сотни МГц.

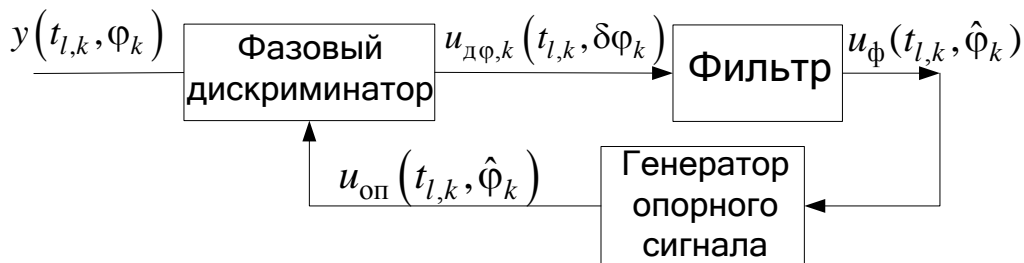


Рис. 4.3. Функциональная схема дискретной нелинейной ССФ

### 4.3.2. Понятие фазового дискриминатора

**Фазовый дискриминатор** — это устройство, сигнал на выходе которого  $u_{дф,k}(t_{l,k}, \delta\varphi_k)$  пропорционален рассогласованию  $\delta\varphi_k = \varphi_k - \hat{\varphi}_k$  между фазами принимаемого и опорного сигналов.

В теории оптимальной фильтрации (и в теории оптимального оценивания постоянных параметров) при приеме сигнала на фоне гауссовского белого шума (4.1) и использовании гауссовской аппроксимации апостериорной плотности вероятности процесс на выходе дискриминатора определяется соотношением

$$u_{дф}(k) = \left( \frac{\partial \ln(f(Y_k^M, \varphi_k))}{\partial \varphi_k} \right)_{\varphi_k = \tilde{\varphi}_k}, \quad (4.2)$$

где  $f(Y_k^M, \varphi_k)$  — некоторая функция от наблюдаемого отрезка реализаций  $Y_k^M$  наблюдаемого процесса  $y(\varphi_k, n(t_{l,k}))$  и оцениваемого процесса  $\varphi_k(k)$ ;  $\hat{\varphi}_k$  — оценка фазы входного сигнала [3].

Фазовые дискриминаторы применяются в реальной современной навигационной аппаратуре, в аппаратуре связи и диагностики.

Фазовые дискриминаторы являются нелинейными устройствами (ведь приходится извлекать из радиосигнала информацию о нелинейно входящих в него параметрах). Однако вблизи нуля ошибки слежения (что справедливо большую часть времени работы следящих систем) дискриминационные характеристики фазовых дискриминаторов приближённо можно считать линейными, что позволяет применять линейные методы анализа.

### 4.3.3. Накопление отсчетов в дискриминаторе

Из (4.2) следует, что в дискриминаторе происходит накопление (суммирование) со сбросом отсчётов наблюдений на интервале  $T = MT_d$ , причём этот интервал должен быть, с одной стороны, много меньше времени автокорреляции информативных процессов и, с другой стороны, много больше времени автокорреляции шума наблюдения. При выполнении этого условия операция равновесного накопления близка к оптимальной (по критерию минимума среднего квадрата ошибки оценки рассогласования).

В результате осуществления операции накопления значительно понижается частота дискретизации: медленно (по сравнению с мгновенным значением сигнала) меняющиеся информативные процессы, от которых зависит процесс на выходе дискриминатора (оценка рассогласования), достаточно дискретизировать по времени с малой частотой. Кроме того, в результате накопления повышается отношение сигнал/шум (процесса на выходе накопителей по сравнению с отношением сигнал / шум (ОСШ) процесса на входе накопителя) пропорционально числу накопленных (просуммированных) входных отсчётов.

Вид функции  $f(Y_k^M, \varphi_k)$ , входящей в (4.2), зависит от принимаемых статистических моделей сигнала и шума наблюдения, набора оцениваемых параметров и ряда других факторов.

Если все параметры сигнала, кроме оцениваемых, известны, то  $f(Y_k^M, \varphi_k)$  является функцией правдоподобия наблюдаемого отрезка реализаций. Функцией правдоподобия называется условная плотность вероятности

$$p(Y_k^M | \varphi_k)$$

наблюдаемой реализации

$$Y_k^M = \{y(t_{1,k}), y(t_{2,k}), y(t_{3,k}), \dots, y(t_{M,k})\}$$

при заданных значениях параметра  $\varphi_k$ .

Так как в рассматриваемой задаче оцениваемый параметр – фаза – является неэнергетическими, функцию правдоподобия можно представить в виде:

$$P(Y_k^M | \varphi_k) = C \exp\left(\sum_{l=1}^M \frac{u_{\text{оп}}(t_{l,k}, \hat{\varphi}_k) \times y(t_{l,k}, \varphi_k)}{\sigma_n^2}\right), \quad (4.3)$$

где  $C$  – постоянный множитель;  $u_{\text{оп}}(t_{l,k}, \hat{\varphi}_k) = Ah(t_{l,k}) \cos(\omega_0 t_{l,k} + \varphi_k)$  – опорный сигнал;  $\omega_0$  – промежуточная частота сигнала, которая возникает после прохождения радиосигнала через радиочастотный блок приемника;  $\sigma_n^2$  – дисперсия дискретного белого гауссовского шума наблюдения.

#### 4.3.4. Коррелятор

В (4.3) под знаком экспоненты осуществляется операция оценки корреляции входного процесса  $y(t_{l,k}, \varphi_k)$  и опорного колебания  $u_{\text{оп}}(t_{l,k}, \hat{\varphi}_k)$ . Блок, где производится оценка корреляции, называется коррелятором и является «сердцем» большинства дискриминаторов.

**Коррелятор** – это устройство, осуществляющее умножение входной реализации на опорный сигнал и суммирование полученных произведений на интервале времени  $T = MT_d$ :

$$V_{\text{корр},k} = \sum_{l=1}^M y_{l,k}(t_{l,k}, \varphi_k) \times u_{\text{оп}}(t_{l,k}, \hat{\varphi}_k) T_d.$$

Здесь для удобства последующего анализа в подынтегральном выражении используется умножение на  $T_d$ , так как в этом случае при  $T_d \rightarrow 0$  получаем корреляционный интеграл

$$V_{\text{корр},k} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} y_{l,k}(t, \varphi_k) \times u_{\text{оп}}(t, \hat{\varphi}_k) dt.$$

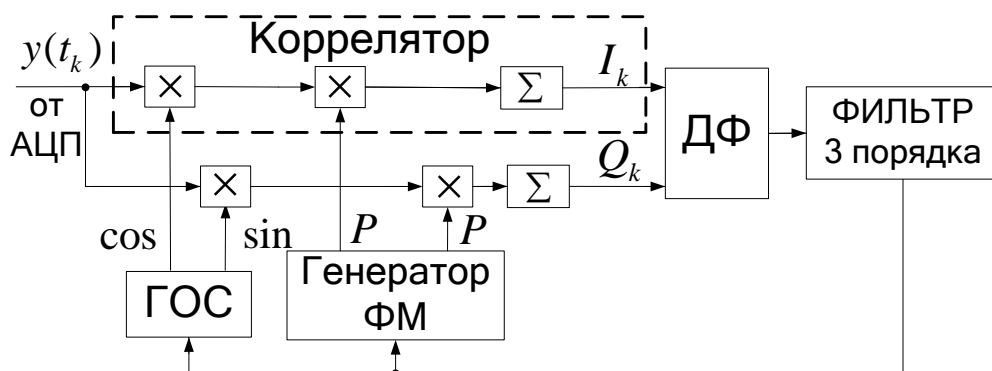
Если преобразовать (4.3), то получится, что на выходе коррелятора формируются процессы следующего вида (синфазная и квадратурная компоненты):

$$I_k = \sum_{l=1}^M y_{l,k} \times h(t_{l,k} + \hat{\tau}_k) \cos(\omega_0 t_{l,k} + \hat{\varphi}_k), \quad (4.4)$$

$$Q_k = \sum_{l=1}^M y_{l,k} \times h(t_{l,k} + \hat{\tau}_k) \sin(\omega_0 t_{l,k} + \hat{\varphi}_k). \quad (4.5)$$

#### 4.4. Модель системы слежения за фазой сигнала

На рис. 4.4 представлена функциональная схема дискретной нелинейной системы слежения за фазой сигнала с математическими эквивалентами корреляторов.



**Рис. 4.4. Функциональная схема дискретной нелинейной ССФ с математическими эквивалентами корреляторов**

На рис. 4.4 приняты следующие обозначения: АЦП – аналого-цифровой преобразователь; Генератор ФМ – генератор функции модуляции несущей сигнала цифровым дальномерным кодом  $h(t_{l,k})$ ; ГОС – генератор опорного сигнала; ДФ – дискриминирующая функция. В данной схеме выделены два коррелятора и блок дискриминирующей функции (ДФ), составляющие вместе фазовый дискриминатор (ФД).

В блоке «дискриминирующая функция» может быть реализовано несколько алгоритмов работы ФД, так как в нем различаются дальнейшие преобразования квадратурных компонент.

В таблице 4.1 представлены возможные алгоритмы работы дискретных фазовых дискриминаторов, применяемые в реальной аппаратуре, зависимость ДХ от фазового рассогласования (ФР) и описание их общих свойств.

Понятно, что различные алгоритмы ФД обеспечивают различные виды ДХ (из табл. 4.1), которые представлены на рисунке 4.5.

На рис. 4.6 приведена структурная схема нелинейной дискретной системы слежения за фазой. Данная схема отражает упрощённое математическое описание функциональных узлов, которые входят в функциональную схему и нужна для аналитического расчёта процессов.

### Возможные алгоритмы работы дискретных фазовых дискриминаторов

№	Алгоритмы работы ФД (ДФ)	Зависимость ДХ от ФР	Общие свойства
1	$-th(I_p)Q_p$	—	Оптимальный ФД при произвольном отношении сигнал/шум (ОСШ). Крутизна дискриминационной характеристики (ДХ) пропорциональна амплитуде сигнала $U$ . Большие вычислительные затраты
2	$-\text{sign}(I_p)Q_p$	$\sin(\Delta\varphi)$	Близок к оптимальному при большом ОСШ. Крутизна ДХ пропорциональна амплитуде сигнала $U$ . Минимальные вычислительные затраты
3	$-I_p Q_p$	$\sin(2\Delta\varphi)$	Близок к оптимальному при малом ОСШ. Крутизна ДХ пропорциональна квадрату амплитуды сигнала $U^2$ . Умеренные вычислительные затраты
4	$-Q_p/I_p$	$\text{tg}(\Delta\varphi)$	Субоптимален, но имеет хорошие характеристики при большом и при малом ОСШ. Крутизна ДХ не зависит от амплитуды сигнала $U$ . Большие вычислительные затраты и необходимость проверки при рассогласовании $\pm 90^\circ$ (чтобы избежать деления на нуль)
5	$-\text{Arctg}(Q_p/I_p)$	$\Delta\varphi$	Главный угол арктангенса. Оптимален в смысле максимума оценок функции правдоподобия при произвольном ОСШ. Крутизна не зависит от амплитуды сигнала $U$ . Наибольшие вычислительные затраты

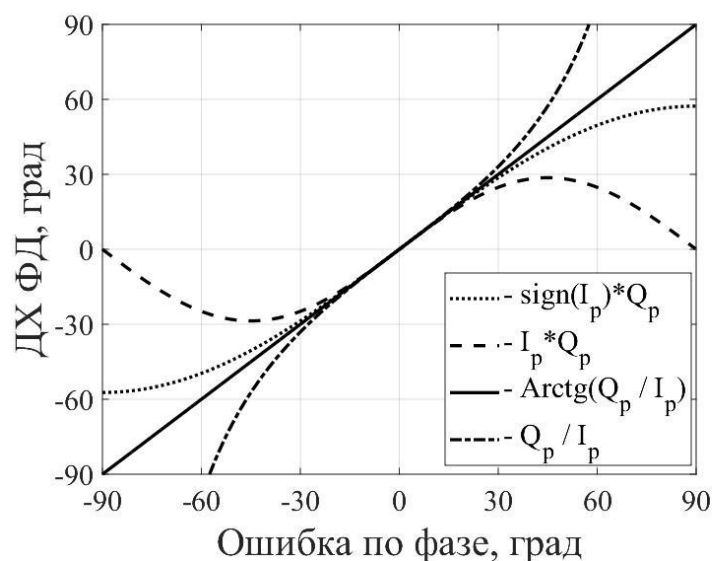
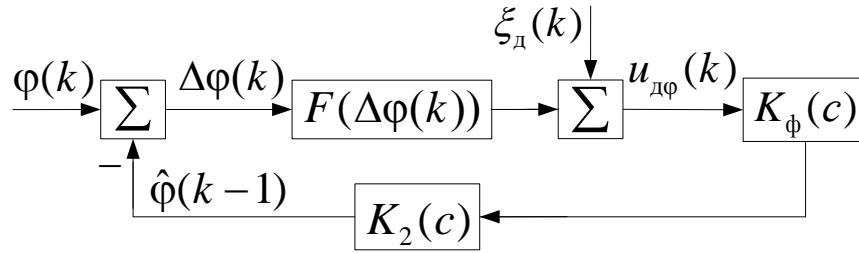


Рис. 4.5. Дискриминационные характеристики ФД



**Рис. 4.6. Структурная схема нелинейной дискретной ССЧ**

На рис. 4.6 приняты следующие обозначения:  $\varphi(k)$  – фаза входного сигнала, за которой ведется слежение;  $\Delta\varphi(k)$  – ошибка слежения за фазой;  $\xi_{\text{д}}(k)$  – флуктуационный процесс (шум) на выходе дискриминатора;  $K_{\phi}(c)$ ,  $K_2(c)$  – операторные коэффициенты фильтров в контуре следящей системы;  $c$  – оператор временного сдвига, такой, что для произвольной функции  $f(k)$  справедливо выражение:  $cf(k) = f(k-1)$ ;  $\hat{\varphi}(k-1)$  – оценка фазы;  $F(\Delta\varphi(k)) = u_{\text{дф},k}$  – выходное напряжение дискриминатора.

Нормированный выход фазового дискриминатора рассчитывается по следующей формуле:

$$u_{\text{дф\_норм},k} = \frac{u_{\text{дф},k}}{S_{\text{дф}}}, \quad (4.6)$$

где  $S_{\text{дф}}$  – нормирующий множитель, значение которого выбирается из условия получения единичной крутизны дискриминационной характеристики при максимальном уровне навигационного сигнала. Отметим, что для каждого алгоритма работы ФД рассчитывается свой нормирующий множитель  $S_{\text{дф}}$ .

Далее в работе будем пользоваться фазой как в единицах измерения [град], так и в [рад]:

$$\varphi_{\text{град}}(k) = \frac{180^0}{\pi} \cdot \varphi_{\text{рад}}(k), \quad \varphi_{\text{рад}}(k) = \frac{\pi}{180^0} \cdot \varphi_{\text{град}}(k).$$

Передаточная функция нелинейной дискретной системы слежения за фазой получается из операторного коэффициента передачи путем замены оператора сдвига  $c$  на комплексную переменную  $z^{-1}$ , т.е.:

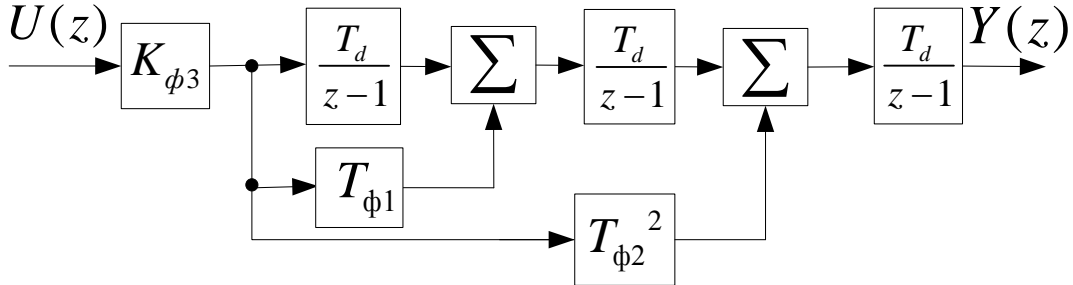
$$K(z) = K(c) \Big|_{c = z^{-1}}.$$

В лабораторной работе в контуре ССФ использован сглаживающий фильтр третьего порядка (имеет три дискретных интегратора [1, с. 240]), который описывается соотношением:



$$K_{\phi}(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{K_{\phi 3} T_d}{z-1} \left( \frac{T_d}{z-1} \left( \frac{T_d}{z-1} + T_{\phi 1} \right) + T_{\phi 2}^2 \right). \quad (4.7)$$

Схема дискретного фильтра третьего порядка согласно (4.7) приведена на рис.4.7.



**Рис. 4.7. Схема дискретного фильтра третьего порядка**

Тогда алгоритм слежения за фазой радиосигнала может быть записан в виде [3]

$$\begin{aligned} \hat{x}_{1,k} &= \tilde{x}_{1,k} + K_1 u_{\text{дф},k}; & \hat{x}_{2k} &= \tilde{x}_{2,k} + K_2 u_{\text{дф},k}; \\ \hat{x}_{3k} &= \hat{x}_{3,k-1} + K_3 u_{\text{дф},k}; \end{aligned} \quad (4.8)$$

Экстраполяция («предсказание»):

$$\tilde{x}_{1,k} = \hat{x}_{1,k-1} + T \hat{x}_{2,k-1}; \quad \tilde{x}_{2,k} = \hat{x}_{2,k-1} + T \hat{x}_{3,k-1}; \quad (4.9)$$

где  $\hat{x}_1 = \hat{\phi}$  — оценка фазы сигнала;  $\hat{x}_2 = \hat{\omega}_d$  — оценка доплеровского смещения частоты;  $\hat{x}_3 = \hat{\dot{\omega}}_d$  — оценка производной доплеровского смещения частоты сигнала;  $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2$  — соответствующие экстраполированные оценки;  $K_1, K_2, K_3$  — весовые коэффициенты которые удобно представить в виде

$$K_1 = K_{1\text{н}} T, \quad K_2 = K_{2\text{н}} T, \quad K_3 = K_{3\text{н}} T, \quad (4.10)$$

причем рекомендуется использовать

$$K_{1\text{н}} = 2(K_{3\text{н}})^{1/3}, \quad K_{2\text{н}} = 2(K_{3\text{н}})^{2/3} \quad (4.11)$$

Значение коэффициента  $K_{3\text{н}}$  определяется требуемой полосой пропускания  $\Delta f_{\text{ССФ}}$  следящей системы за фазой сигнала (ССФ), которая является важной характеристикой линейных систем [1, 2, 3], в соответствии с формулой

$$K_{3\text{н}} = \frac{216}{125} (\Delta f_{\text{ССФ}})^3 \quad (4.12)$$

Рекомендуемые значения параметров сглаживающего фильтра ССФ и полосы пропускания ССФ приведены в таблице 4.2.

**Рекомендуемые значения полосы пропускания ССФ и параметров  
сглаживающего фильтра**

$\Delta f_{\text{ССФ}}$ , Гц	10	1	0,2
$K_{1\text{н}}$ , с <sup>-1</sup>	24	2,4	0,48
$K_{2\text{н}}$ , с <sup>-2</sup>	288	2,88	0,1152
$K_{3\text{н}}$ , с <sup>-3</sup>	1728	1,72	0,013824

Точность ССФ характеризуется величиной ошибки в установившемся режиме и зависит от характера воздействия, а также структуры и параметров системы.

Реальные воздействия в радиотехнических следящих системах описываются сложными (случайными) функциями времени. Однако при анализе точности управления часто используют простые детерминированные воздействия: постоянное ступенчатое и линейное, а также квадратичное и кубическое, которые и будут рассмотрены в лабораторной работе.

Любое детерминированное воздействие можно представить в виде следующего ряда:

$$\varphi(k) = \varphi_0 + \alpha_\varphi kT + \beta_\varphi (kT)^2 + \gamma_\varphi (kT)^3 + \dots,$$

где  $\varphi_0$  – начальное значение частоты;  $\alpha_\varphi$  – скорость изменения фазы;  $\beta_\varphi$  – ускорение изменения фазы;  $\gamma_\varphi$  – ускорение производной изменения фазы.

Ошибки системы можно разделить на статические и динамические.

**Статические системы** – это системы, имеющие статические ошибки (отличные от нуля). **Астатические системы** – это системы, в которых отсутствует статическая ошибка.

**Динамические ошибки** – ошибки, характеризующие точность замкнутой системы при меняющемся воздействии.

Дискриминационная характеристика ФД обеспечивает устойчивое слежение по фазе, если начальная ошибка лежит в пределах ее главного лепестка, т.е.:

$$|\Delta\varphi| < \frac{\pi}{2}, \text{ или } |\Delta\varphi| < 90(\text{град}).$$

Также в качестве основной потребительской характеристики в работе выступает точность при слежении за фазой сигнала, которая описывается количественной характеристикой в виде среднего квадрата ошибки (СКОш) слежения при нулевой ошибке в установившемся режиме:

$$\sigma_{\varphi}(k) = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\varphi(t_k) - \hat{\varphi}(t_k))^2}, \text{ [рад]}$$

или

$$\sigma_{\varphi}(k) = \frac{180}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\varphi(t_k) - \hat{\varphi}(t_k))^2}, \text{ [град]} \quad (4.13)$$

где  $k = \overline{1, K}$  – номер отсчета;  $K$  – количество всех отчетов.

#### 4.5. Домашняя подготовка

1. Прочитайте полностью текст этого описания и лекций, посвященных дискретным системам.

2. Зарисуйте функциональную и структурную схемы ССФ, которые Вам надо реализовать во время выполнения лабораторной работы.

3. Найдите передаточную функцию  $K_{\varphi\Delta\varphi}(z)$  и с помощью нее определите условия устойчивости системы [1, с. 253]. Постройте область значений параметров системы, при которых система устойчива.

Для данного расчета можно считать фазовый дискриминатор линейным при малых ошибках слежения по фазе.

4. Постройте качественно графики зависимости ошибки слежения системы от времени для двух типов входных воздействий: постоянного и линейного в отсутствие шума приемника. Проведите сопоставление соответствующих графиков. Сделайте выводы.

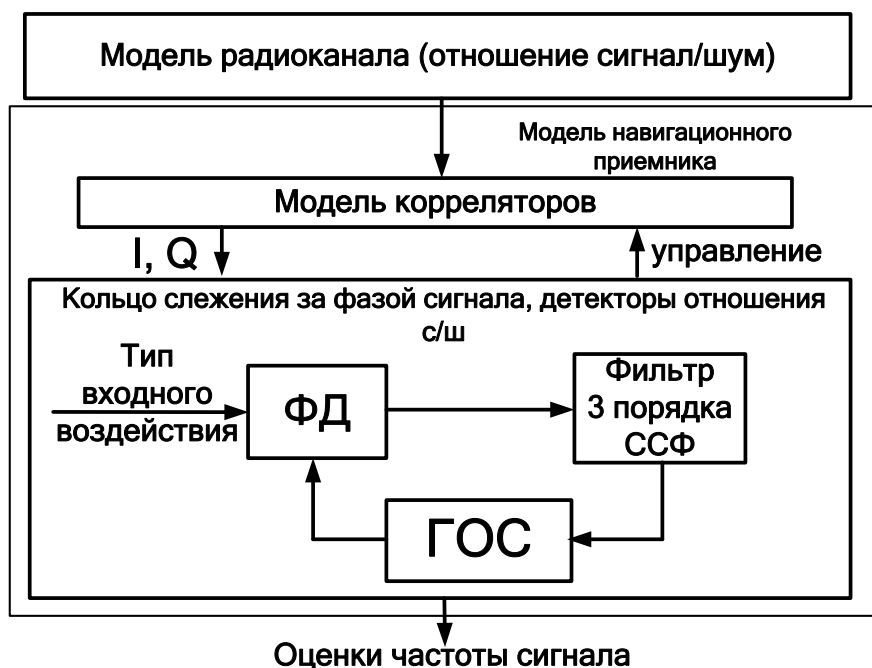
5. Постройте качественно графики зависимости ошибки слежения системы от времени при различных значениях отношения сигнал / шум при наличии шума приемника. Проведите сопоставление соответствующих графиков. Сделайте выводы.

6. Рассчитайте ошибки слежения за фазой в установившемся режиме для двух типов входных воздействий: постоянного и линейного в отсутствие шума приемника.

#### 4.6. Исходные данные моделирования

Структура имитационной модели приведена на рис. 4.8.

На рис. 4.8 приняты следующие обозначения: ФД – фазовый дискриминатор; ССФ – система слежения за фазой; ГОС – генератор опорного сигнала;  $I, Q$  – синфазные и квадратурные компоненты (отсчеты) коррелятора.



**Рис. 4.8. Структурная схема имитационной модели для анализа характеристик алгоритма слежения за фазой сигнала**

Для решения целевой задачи радиотехнической системы необходимо измерять параметры сигнала: *задержку распространения* и *доплеровское смещение частоты*. В рамках данной лабораторной работы ограничимся измерением доплеровского смещения частоты, которая входит в оценку фазы.

В данной структуре применен подход, при котором моделируется приближенный к реальному коррелятор навигационного приемника (блок «Модель корреляторов» на рис. 4.8). Этот подход позволяет приблизить модель к реалистичным условиям. В имитационной модели воспроизводится навигационный радиосигнал GPS стандартной точности L/C, имеющий модуляцию ФМ-2 (англ. BPSK(1)), период накопления в корреляторах  $T = 1$  мс. Имитационная модель включает модель радиоканала, что позволяет анализировать характеристики системы в зависимости от различных значений отношения сигнал/шум. Отметим, что «отношение сигнал / шум» описывается следующей формулой:

$$q_{c/n_0} = \frac{P_c}{N_0} = \frac{A^2}{2N_0}, \text{ [Гц]} \quad \text{или} \quad \tilde{q}_{c/n_0} = \log(q_{c/n_0}), \text{ [дБГц]}$$

– это отношение мощности сигнала к спектральной плотности мощности шума.

Модель коррелятора включает в себя алгоритмы корреляционной обработки на промежуточной частоте, которая возникает после переноса излучаемого радиосигнала с несущей частоты в радиочастотном блоке. В модели навигационного приемника реализовано кольцо слежения за фа-

зой сигнала в когерентном режиме работы навигационной аппаратуры потребителей (НАП). На выходе имитационной модели формируются выходные данные: оценки фазы.

В рамках лабораторной работы основным является исследование важнейших характеристик системы слежения за фазой сигнала.

Модель (рис. 4.9) позволяет наблюдать исследуемые процессы в выбранной точке системы для двух режимов работы: режим 1 – построение ДХ ФД, режим 2 – слежение за фазой сигнала с модуляцией BPSK(1) (ФМ-2). При нажатии на кнопку «Старт» происходит начало работы в том или ином режиме.

На панели «Параметры системы» производится ввод основных параметров системы, влияющих на ее режим работы. Для большего удобства работы с графиками сделаны кнопки «+» в верхнем правом углу графика, при нажатии на которые создаются окна «Графики» с данными выбранного графика и расширенным функционалом работы с графиками.

## 4.7. Порядок выполнения

### 1. Изучение работы фазового дискриминатора.

Рассматриваем режим работы №1: ДХ (построение ДХ ФД).

Дискриминационная характеристика – это зависимость математического ожидания выходного процесса фазового дискриминатора от расстройки фазы  $\Delta\varphi$ . Для построения этой характеристики система слежения за фазой размыкается, и на вход дискриминатора подается сигнал с линейно нарастающей фазой.

Количество отсчетов моделирования для данного режима работы достаточно задать равным  $N = 1000$ .

В качестве вариантов ФД используются пять типов дискриминаторов:

$$\text{ФД №1: } u_{\text{ДФ}} = -th(I_p)Q_p;$$

$$\text{ФД №2: } u_{\text{ДФ}} = -sign(I_p)Q_p;$$

$$\text{ФД №3: } u_{\text{ДФ}} = -I_p Q_p;$$

$$\text{ФД №4: } u_{\text{ДФ}} = -Q_p / I_p;$$

$$\text{ФД №5: } u_{\text{ДФ}} = -Arctg(Q_p / I_p).$$

Расчёт

Параметры системы

Тип модели

Количество отсчетов

Шум наблюдений

Отношение с/ш, дБГц

ССФ

1000

40

ССФ

Постоянное ВВ

Ошибка в начале, град.

0

Ошибка в середине, град.

0

const

2

alpha

20

beta

20

gamma

20

ДХ

Тип ДХ

1

Фаза входного сигнала, град.

47

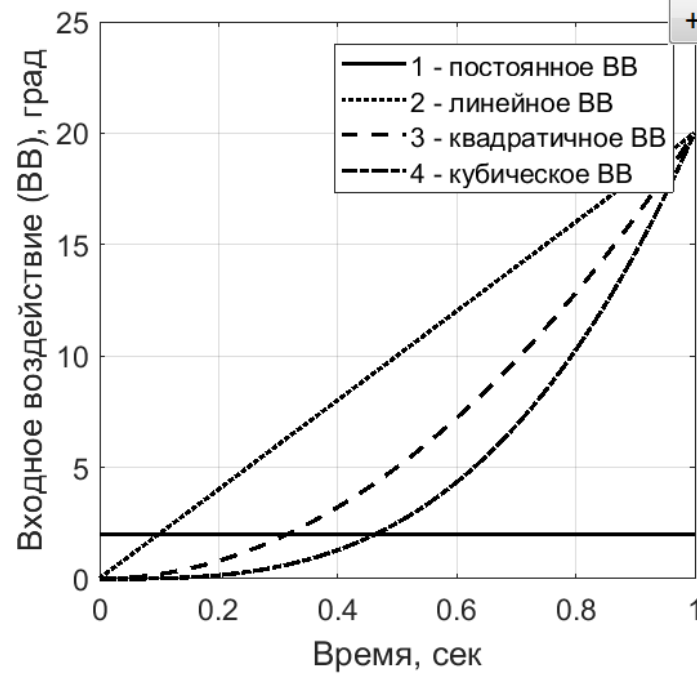
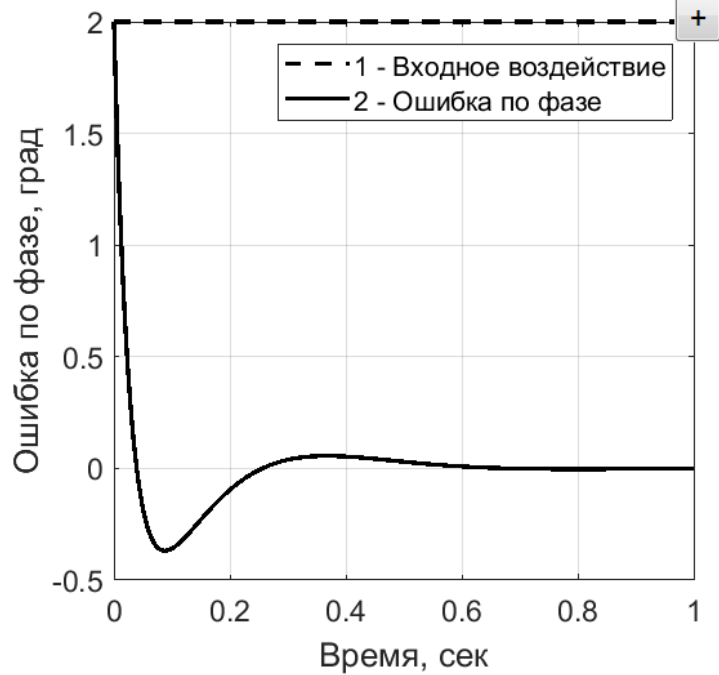


Рис. 4.9. Интерфейс модели системы слежения за фазой сигнала

1.1. Построить дискриминационные характеристики (ДХ) всех перечисленных выше фазовых дискриминаторов (ФД), определить их апертуры  $\Delta_\varphi$ . Записать значение в [рад] и [град]. Дискриминационная характеристика в лабораторной работе строится при выключенном внутреннем шуме приемника.

**Примечание:** ширина апертуры ДХ ФД  $\Delta_\varphi$  – это значение фазы, которое измеряется по первым максимумам ДХ и выражается в единицах измерения: [рад] или [град].

1.2. Построить нормированные дискриминационные характеристики (НДХ) всех пяти типов ФД при выключенном внутреннем шуме приемника в результате деления на нормирующий множитель с целью получения единичной крутизны дискриминационной характеристики при максимальном уровне навигационного сигнала. Данные нормирующие множители посчитаны и автоматически заданы в программе лабораторной работы.

Сделать вывод о том, какой фазовый дискриминатор обладает некоторыми затруднениями, основываясь на виде всех ДХ рассмотренных ФД. С чем это может быть связано?

1.3. Исследовать, как влияет изменение (увеличение и уменьшение) значений отношения сигнал/шум на форму выходного напряжения для каждого типа фазового дискриминатора. Для этого необходимо включить внутренний шум приемника и, изменяя значения отношения сигнал/шум, зафиксировать процессы на выходе фазового дискриминатора.

Занести наглядные графики в отчет.

## **2. Исследование точности системы слежения за фазой при отсутствии шума.**

Изучение динамических ошибок слежения при четырех типовых воздействиях:

– постоянное (ступенчатое):  $\varphi(k) = const$ ;

– линейное:  $\varphi(k) = \alpha_\varphi \cdot kT$ ;

– квадратичное:  $\varphi(k) = \beta_\varphi \cdot (kT)^2$ ;

– кубическое:  $\varphi(k) = \gamma_\varphi \cdot (kT)^3$ .

Рассматриваем режим работы №2: ССФ (система слежения за фазой сигнала).

В лабораторной работе частота дискретизации задана как:  $f_d = 20$  (МГц), отсюда период дискретизации равен:  $T_d = 1/f_d = 5 \cdot 10^{-8}$  (с).

Количество отсчетов моделирования для данного режима работы достаточно задать равным:  $N = 1000 \dots 5000$ .

Выбор номера фазового дискриминатора осуществляется в зависимости от номера бригады, указанного в таблице 4.3.

### Выбор типа ФД

Номер бригады	Тип ФД
1	№1: $u_{\text{дф}} = -th(I_p)Q_p$
2	№2: $u_{\text{дф}} = -sign(I_p)Q_p$
3	№3: $u_{\text{дф}} = -I_p Q_p$
4	№5: $u_{\text{дф}} = -Arctg(Q_p/I_p)$

2.1. Построить и занести в отчет графики ошибок слежения за фазой для этих четырех типов входных воздействий (ВВ) в отсутствии шума приемника. Для примера зададим следующие параметры:  $const = 2$  (град);  $\alpha_{\phi} = 20$  (град/сек);  $\beta_{\phi} = 20$  (град/сек<sup>2</sup>);  $\gamma_{\phi} = 20$  (град/сек<sup>3</sup>);

Зафиксировать установившиеся значения ошибок слежения для каждого случая и занести данные в таблицу 4.4, пояснить характер изменения графиков.

Таблица 4.4

### Установившиеся значения ошибок слежения

Тип ВВ Уст. значение, град	Ошибка слежения за фазой								
	Постоянное, $const = \dots$			Линейное, $\alpha_{\phi} = \dots$		Квадратичное, $\beta_{\phi} = \dots$		Кубическое, $\gamma_{\phi} = \dots$	
	2	5	10	20	80	20	80	20	80
$\Delta\phi_{\text{уст}}(k)$									

2.2. Задать для четырех типов входного воздействия начальную ошибку слежения, отличную от нуля, например, равную 5, 10, 80 град, и построить графики ошибок слежения. Пронаблюдать возникшие изменения в характере зависимости ошибок слежения за фазой. Зафиксировать (при наличии) отклонения установившихся ошибок слежения за фазой от теоретически посчитанных значений ошибок и попытаться объяснить, откуда они возникают.

2.3. Задать несколько значений начальных ошибок слежения за фазой:  $\Delta\phi_0 = 40 \dots 90$  град. Добиться срыва слежения за фазой сигнала, зафиксировать данное значение начальной ошибки слежения и занести в отчет. А также зафиксировать граничное значение начальной ошибки слежения, при котором система еще сохраняет корректную работу.



2.4. Задать несколько значений ошибок слежения за фазой в середине времени наблюдения:  $\Delta\varphi_{T/2} = 40...90$  Гц. Добиться срыва слежения за фазой сигнала, зафиксировать данное значение ошибки слежения в середине времени наблюдения и занести его в отчет. А также зафиксировать граничное значение ошибки слежения в середине времени наблюдения, при котором система еще сохраняет корректную работу.

**3. Исследование точности системы слежения за фазой для двух типовых воздействий (постоянного и линейного) при наличии шума. Изучение флуктуационных ошибок слежения за фазой. Исследование действия шумов на систему.**

Рассматриваем режим работы №1: слежение за фазой сигнала.

Количество отсчетов моделирования для данного режима работы достаточно задать равным  $N = 2000...3000$ .

3.1. Построить реализации ошибок слежения за фазой сигнала с использованием фазового дискриминатора по номеру бригады, описанного ранее, включив предварительно шум и задав следующие значения отношения сигнал/шум (ОСШ): 10, 25, 27, 30, 33, 35, 40 и 45 дБГц. Занести в отчет реализации ошибок слежения для двух значений ОСШ: 35 и 45 дБГц.

3.2. Рассчитать с помощью модели точность слежения за фазой сигнала (средний квадрат ошибки (СКОш) слежения за фазой радиосигнала при наличии постоянной составляющей ошибки  $\tilde{\sigma}_\varphi$ ), используя реализации, построенные в п.3.1, для каждого случая. Значения СКОш выразить в [град]. Свести полученные данные в таблицу 4.5.

Таблица 4.5

**Значения СКОш слежения за фазой при варьировании отношения сигнал/шум**

СКОш слежения за фазой	Характер изменения фазы входного сигнала	$\tilde{q}_{c/n_0}$ , дБГц							
		10	25	27	30	33	35	40	45
$\tilde{\sigma}_\varphi$ , град	$\varphi(k) = 5$ град								

Сделать вывод о том, как меняется СКОш ошибки слежения за фазой сигнала при изменении отношения сигнал/шум, и какова природа этих изменений.

## 4.8. Контрольные вопросы

1. Что такое дискриминатор радиотехнической дискретной следящей системы? Что такое коррелятор, и каким выражением он описывается?

2. Что называется дискриминационной характеристикой? Чем определяется ее форма? Какой вид имеют дискриминационные характеристики описанных в лабораторной работе фазовых дискриминаторов? Каковы апертюры данных дискриминационных характеристик? Как зависит выходное напряжение дискриминатора от отношения сигнал/шум?

3. Из каких соображений выбираются периоды дискретизаций в «двойной» шкале времени? Для чего это делается? Какие устройства, входящие в состав следящей системы, работают в «частой» шкале времени, а какие в «редкой»?

4. Какой эффект будет иметь для системы фазовой автоподстройки (ФАП) ошибка начального целеуказания по частоте? Для каких целей используются полиномиальные входные воздействия? Могут ли такие процессы быть в реальной системе? Если да, то приведите примеры ступенчатого, линейного и квадратичного воздействия.

5. Изобразить функциональную и структурную схемы дискретной нелинейной системы слежения за фазой, используемой в данной работе. Как эти схемы соотносятся друг с другом? Пояснить соответствие элементов схем.

6. Как зависит ошибка слежения за фазой от типа входного воздействия? Чему равны ошибки слежения за фазой в установившемся режиме при воздействии на систему входного воздействия в виде: постоянной функции («скачка»), линейной, квадратичной и кубической функции?

7. Нужна ли система частотной автоподстройки (ЧАП) в приемном устройстве, если несущая частота принимаемого радиосигнала известна заранее? Поясните ответ.

8. Поясните разницу между системами ЧАП и ФАП. Для чего эти системы используются? Какую информацию можно получить, отслеживая частоту и фазу принимаемого сигнала?

# СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

## Основной

1. **Перов, А. И.** Радиоавтоматика: учебник для вузов / А.И. Перов, В. Н. Замолодчиков, В. М. Чиликин.– М.: Радиотехника, 2014. —320 с.

2. **Первачев, С. В.** Радиоавтоматика: учебник для вузов / С.В. Первачев. – М.: радио и связь, 1982. —296 с., ил.

3. **ГЛОНАСС.** Принципы построения и функционирования / Под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. — Изд. 4-е, перераб. и доп.. — М.: Радиотехника, 2010.—800 с.

## Дополнительный

4. **Перов, А. И.** Методы и алгоритмы оптимального приема сигналов в аппаратуре потребителей спутниковых радионавигационных систем: учеб. пособие для вузов / А.И. Перов. — М.: Радиотехника, 2012.— 240 с., ил.

5. **Перов, А.И.** Основы построения спутниковых радионавигационных систем: учеб. пособие для вузов / А.И. Перов.— М.: Радиотехника, 2012. —240 с., ил.