

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

---

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МЭИ»

---

В.Е. ХРОМАТОВ, Т. Н. ДОГАДИНА, О.В. НОВИКОВА, Е.В. ПОЗНЯК,  
А.В. БЕСОВА, В.Ю. ВОЛОХОВСКИЙ

**ПРОЧНОСТЬ, УСТОЙЧИВОСТЬ, КОЛЕБАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ  
МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Методические указания к курсовой работе (проекту)

по курсу

*“Механика материалов и конструкций”*

для студентов, обучающихся по направлениям  
«Энергетическое машиностроение», «Прикладная механика»,  
«Машиностроение», «Мехатроника и робототехника»

Москва  
Издательство МЭИ  
2025

УДК 539.4  
ББК  
30.121  
Х-941

*Утверждено учебным управлением НИУ «МЭИ»  
в качестве учебного издания*  
Подготовлено на кафедре робототехники, мехатроники,  
динамики и прочности машин

Рецензент — В.П. Радин, канд. техн. наук, профессор кафедры  
РМДПМ НИУ «МЭИ»

**Хроматов В. Е.**

Х 941 Прочность, устойчивость, колебания элементов  
машиностроительных конструкций. / В.Е. Хроматов, Догадина  
Т.Н., О.В. Новикова, Е.В. Позняк, А.Б. Бесова, В.Ю. Волоховский.  
– М.: Издательство МЭИ, 2023. - 39 с.

В методических указаниях представлены условия к решению задач по расчетам на прочность, жесткость и устойчивость при силовом и температурном нагружении статически неопределимых балок и рам; толстостенных трубопроводов; тонкостенных оболочек вращения, рассчитываемых по безмоментной теории; круговых цилиндрических оболочек при осесимметричном изгибе; круговых и кольцевых пластин, а также балок на упругом основании. Динамические задачи рассматриваются на примерах определения критических скоростей вращающихся валов и собственных частот изгибных колебаний стержней с распределенной массой.

Программой курса «Механика материалов и конструкций» для студентов 2 курса Института Энергомашиностроения и механики и Института гидроэнергетики и возобновляемых источников энергии, обучающихся по направлениям 13.03.03 Энергетическое машиностроение, 15.03.01 Машиностроение, 15.03.03 Прикладная механика, 15.03.06 Мехатроника и робототехника с целью лучшего освоения материала дисциплины на 4 семестре обучения предусмотрено выполнение курсовой работы (проекта).

**УДК 539.4  
ББК 30.121**

Национальный исследовательский университет «МЭИ», 2023

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
Задачи курсовой работы (проекта). Прочность, устойчивость, колебания элементов машиностроительных конструкций .....	6
Задача № 1. Расчет статически неопределимой балки на прочность и жесткость .....	6
Задача № 2. Расчет плоской статически-неопределимой рамы .....	7
Задача № 3. Осесимметричная задача теории упругости .....	7
Задача № 4. Расчет составных тонкостенных оболочек вращения по безмоментной теории .....	8
Задача № 5. Осесимметричная деформация цилиндрической оболочки .....	8
Задача № 6. Осесимметричный изгиб круговых и кольцевых пластин .....	9
Задача № 7. Расчет сжатого стержня на устойчивость .....	9
Задача № 8. Критические скорости вращения вала .....	10
Задача № 9. Собственные колебания стержня с распределенной массой .....	10
Задача № 10. Расчет балки на упругом основании .....	11
Список рекомендуемой литературы .....	12
ПРИЛОЖЕНИЕ А. Основные расчетные формулы .....	14
ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Таблицы исходных данных .....	19
ПРИЛОЖЕНИЕ В. Таблицы сортов прокатных профилей .....	29
ПРИЛОЖЕНИЕ Г. Справочные данные к решению задач .....	35
ПРИЛОЖЕНИЕ Д. Технологическая карта семестра 2023-2024 уч. года .....	36

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **Указания по выполнению и оформлению курсовой работы/курсового проекта**

Курсовая работа (проект) состоит в решении десяти задач. Условия к задачам содержатся в задании на выполнение курсовой работы (проекта). Каждое задание выполняется и оформляется отдельно в сроки, указанные преподавателем. Пункты задач, отмеченные словом «факультативно», и задачи 2, 10 выполняются студентами, обучающимися по направлениям 15.03.03 Прикладная механика и 15.03.06 Мехатроника и робототехника.

В соответствии с положениями ГОСТ 7.32-2017 расчетно-пояснительная записка (отчет) к курсовой работе (проекту) выполняется на листах бумаги форматом А4 (210x297 мм). Текст пишется четко и аккуратно (или набирается с использованием компьютера) на одной стороне листа белой бумаги с размерами полей: правое - не менее 10 мм, верхнее и нижнее - не менее 20 мм, левое - не менее 30 мм. Страницы нумеруются.

Текстовая часть отчета должна содержать изложение последовательного выполнения пунктов условия соответствующей задачи. Все обозначения должны совпадать с принятыми на лекциях или быть объяснены. Не допускается приведение формул и выполнение вычислений без текстового комментария. Числовые данные к расчетным схемам, приведённые в таблицах исходных данных (ПРИЛОЖЕНИЕ Б. ТАБЛИЦЫ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ), записываются в условии задачи и при необходимости - непосредственно на чертежах и рисунках в расчетно-пояснительной записке. Каждая задача в расчетно-пояснительной записке должна начинаться с условия. При проведении вычислений необходимо записать расчетную формулу, далее подставить числовые значения параметров и записать результат, содержащий не более 3-х значащих цифр с указанием размерности.

Иллюстрации (таблицы, чертежи, схемы, графики) выполняют на отдельных листах бумаги форматом А4 чертежными инструментами (или с помощью графических компьютерных программ) с соблюдением масштабов. Основные формулы в тексте, таблицы и графики необходимо пронумеровать. Рекомендуется (см. ГОСТ 7.32-2017) применение двойной нумерации (например: формула 1.2, Таблица 3.3, Рисунок 4.5 и т. д.).

Решение задач рекомендуется проводить с использованием систем научных и инженерных расчетов типа Smath, GNU Octave, SciLab, Python с обязательной распечаткой программ и (или) рабочих листов,

содержащих исходные числовые данные, алгоритмы вычислений и необходимый графический материал.

При использовании учебников, пособий, ГОСТов и другой литературы необходима ссылка на источники. В этом случае в конце текстовой части отчета приводится библиографический список.

После проверки задания преподавателем студент должен внести исправления в соответствии с замечаниями и вновь сдать расчет с работой над ошибками. При исправлении проверенного преподавателем отчета по курсовой работе необходимо оставлять замечания, сделанные преподавателем. Мелкие исправления вносятся непосредственно на странице, где имеются замечания, а крупные – на новых листах, подшиваемых к отчету.

Отчет без бланка задания, подписанного преподавателем, а также оформленный с нарушением ГОСТ 7.32-2017 и настоящих указаний, не принимается.

Проверенная преподавателем курсовая работа не позднее чем за один день до защиты загружается в БАРС.

# ЗАДАЧИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ (ПРОЕКТА). ПРОЧНОСТЬ, УСТОЙЧИВОСТЬ, КОЛЕБАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

## Задача № 1. Расчет статически неопределимой балки на прочность и жесткость

Многопролетная статически неопределимая стальная балка с постоянной жесткостью на изгиб, нагруженная сосредоточенными силами, моментами и распределенной нагрузкой, испытывает прямой поперечный изгиб. Для заданной расчетной схемы балки требуется:

1. Раскрыть статическую неопределимость балки, применив метод сил.
2. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов изгибающих моментов.
3. Произвести деформационную проверку.
4. Из расчета на прочность по нормальным напряжениям подобрать поперечное сечение балки стандартного прокатного профиля в виде двутавра (Таблица В.1) или швеллера (Таблица В.2).
5. Применив энергетический метод определения перемещений (интеграл Максвелла-Мора), вычислить прогиб сечения  $K$  и угол поворота сечения  $A$  балки.
6. *Факультативно.* Применив метод начальных параметров, построить эпюры поперечных сил, изгибающих моментов, перемещений и углов поворота сечений балки.
7. *Факультативно.* Построив в опасном сечении эпюру касательных напряжений, выполнить проверку на прочность по касательным напряжениям.

### Указания:

- Расчет методом сил выполнить, начиная с анализа различных вариантов основной системы. Исходя из вида эпюр единичных и грузовых моментов, выбрать за расчетный оптимальный (с точки зрения минимизации трудоёмкости вычислений) вариант основной системы; любой другой вариант основной системы принять за проверочный. Деформационную проверку выполнять используя проверочный вариант основной системы. Оценить погрешность расчетов (допускается погрешность не более 4%).
- Принять материал сталь 3:  $[\sigma] = 160$  МПа,  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $[\tau] = 80$  МПа.
- Данные к задаче 1 приведены в Таблица Б.1

## Задача № 2. Расчет плоской статически-неопределимой рамы

Плоская рама изготовлена из стержней стандартного прокатного профиля и нагружена внешними силами и/или моментами, лежащими в плоскости рамы. Для заданной расчетной схемы рамы требуется:

1. Методом сил раскрыть статическую неопределимость рамы.
2. Построить эпюры внутренних силовых факторов  $N_z$ ,  $Q_y$ ,  $M_x$ .
3. Определить коэффициент запаса прочности рамы по нормальным напряжениям. Проверить прочность балки.
4. Для линейного закона изменения температуры по высоте поперечного сечения рамы определить перемещение сечения  $K$  от температурного воздействия.
5. Провести проверку на прочность по нормальным напряжениям при совместном действии силовой нагрузки и температуры.

### Указания:

- Материал – сталь:  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа, коэффициент температурного расширения  $\alpha = 1,25 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{град}}$ ,  $\sigma_T = 240$  МПа,  $[n] = 1,4$ .
- При расчетах принять начальную температуру  $T_0 = 15 \div 25$  °С, температуру наружной и внутренней поверхности рамы  $T_1 = 5$  °С,  $T_2 = 40 \div 50$  °С. При выполнении п.4. применить формулу Максвелла–Мора, учесть продольную и изгибную температурные деформации.
- Данные к задаче 2 приведены в Таблица Б.2

## Задача № 3. Осесимметричная задача теории упругости

Открытый круговой толстостенный цилиндр нагружен внутренним давлением  $p_1$  и/или внешним давлением  $p_2$ . Для заданной расчетной схемы цилиндра требуется:

1. Привести уравнения равновесия в напряжениях и в перемещениях для осесимметричной задачи теории упругости, общее решение задачи в перемещениях и напряжениях.
2. Для заданной схемы нагружения толстостенного цилиндра записать граничные условия и решить краевую задачу: определить постоянные интегрирования и выписать решение задачи через параметр давления  $p$ .
3. По заданному критерию прочности определить допускаемое значение параметра  $[p]$ .
4. Для найденного значения давления  $[p]$  построить эпюры радиальных и окружных напряжений  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$  и радиальных перемещений  $u(r)$ .
5. В окрестности опасной точки цилиндра выделить элементарный объем, указать действующие на его гранях напряжения.

### Указание:

- Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\nu = 0,3$ .
- Данные к задаче 3 приведены в Таблица Б.3

#### **Задача № 4. Расчет составных тонкостенных оболочек вращения по безмоментной теории**

Тонкостенный резервуар с толщиной стенок  $h$  заполнен жидкостью плотностью  $\rho$  и нагружен давлением газа  $p_0$ . Для заданной расчетной схемы резервуара требуется:

1. Используя безмоментную теорию для оболочек вращения, построить эпюры меридиональных и окружных напряжений по участкам.
2. По заданному критерию прочности определить толщину стенки резервуара.

**Указание:**

- Данные к задаче 4 приведены в Таблица Б.4

#### **Задача № 5. Осесимметричная деформация цилиндрической оболочки**

Для заданной расчетной схемы круговой цилиндрической оболочки требуется:

1. Привести уравнение осесимметричной изгибной деформации оболочки и решение типа краевого эффекта для прогибов, углов поворотов сечений оболочки, изгибающих моментов и поперечных сил. Для заданной расчетной схемы стальной оболочки оценить длину зоны краевого эффекта  $x_{кЭ} \approx \lambda \approx 2.5\sqrt{Rh}$ .
2. Записать граничные условия и определить постоянные интегрирования аналитически или численно.
3. Аналитически или численно получить решение для прогиба и изгибающих моментов и построить соответствующие эпюры  $w(x)$ ,  $M_x(x)$  в области краевого эффекта  $0 \leq x \leq x_{кЭ}$ .
4. Проверить прочность оболочки по критерию Сен-Венана.

**Указания:**

- Материал -сталь:  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\nu = 0,3$
- При проверке прочности принять  $[\sigma] = 160$  МПа. В окрестности расчетной точки опасного сечения оболочки выделить элементарный объем и указать действующие на его гранях напряжения.
- Данные к задаче 5 приведены в Таблица Б.5.

## **Задача № 6. Осесимметричный изгиб круговых и кольцевых пластин**

В качестве расчетной схемы элемента конструкции принимается круговая (кольцевая) пластина постоянной толщины, нагруженная осесимметричной нагрузкой. Для заданной расчетной схемы пластины требуется:

1. Привести уравнение изгиба пластин и его решение для прогибов, углов поворотов и изгибающих моментов в полярных координатах.
2. Записать граничные условия и определить постоянные интегрирования аналитически или численно.
3. Аналитически или численно построить решение для прогибов, радиальных и окружных изгибающих моментов и соответствующие эпюры (графики)  $w(r)$ ,  $M_r(r)$ ,  $M_\theta(r)$ .
4. Для опасных точек определить радиальные и окружные напряжения изгиба, показать вид напряженного состояния в опасных точках.
5. Из расчетов на прочность и жесткость определить допускаемое значение внешней нагрузки.

**Указание:**

- Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\nu = 0,3$
- Критерий прочности выбрать самостоятельно.
- Данные к задаче 6 приведены в Таблица Б.6.

## **Задача № 7. Расчет сжатого стержня на устойчивость**

Прямолинейный стальной (Ст 3) стержень нагружен осевой силой  $P$ . Для заданной расчетной схемы стержня требуется:

1. Привести определение критической силы для сжатого стержня, гибкости стержня и предельной гибкости. Привести формулы для расчета критической силы.
2. Для стержня составного сечения подобрать размер  $s$  из условия равноустойчивости стержня относительно главных центральных осей.
3. Из расчета на устойчивость по коэффициенту продольного изгиба  $\varphi(\lambda)$  определить допускаемое значение внешней силы  $P$ .

**Указания:**

- Принять  $[\sigma] = 160$  МПа.
- Коэффициенты продольного изгиба выбирается по Таблица Г.1 в зависимости от гибкости стержня
- Данные к задаче 7 приведены в Таблица Б.7.

### Задача № 8. Критические скорости вращения вала

Промежуточный вал редуктора вращается с постоянной частотой вращения. На вал посажены диски массами  $m_1, m_2$  с эксцентриситетами  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ , лежащими в одной плоскости. Для заданной расчетной схемы требуется:

1. Рассматривая вал с дисками как систему с двумя степенями свободы, записать уравнения малых вынужденных колебаний вала.
2. Вычислить частоты собственных колебаний  $\omega_1, \omega_2$  и соответствующие им критические скорости вращения вала  $n_1, n_2$ .
3. Вычислить амплитуды смещений дисков вращающегося вала при рабочем числе оборотов, равном  $n_{\text{раб}} = (n_1 + n_2)/2$ , и амплитудные значения напряжений в сечениях вала.
4. *Факультативно.* Построить и проанализировать амплитудно-частотные характеристики системы.

**Указание:**

- Данные к задаче 8 приведены в Таблица Б.8.

### Задача № 9. Собственные колебания стержня с распределенной массой

1. Привести уравнение свободных изгибных колебаний стержня с распределенной массой, записать решение в общем виде и сформулировать граничные условия, соответствующие предложенной схеме.
2. Используя справочные данные (Таблица А.1), выписать соотношения для частот свободных изгибных колебаний, привести значения первых трех корней частотного уравнения.
3. Подобрать размеры поперечного сечения стержня из условия ограничения первой собственной частоты колебаний  $\omega_1 < [\omega] = 1000$  рад/с.
4. Вычислить вторую и третью частоты колебаний стержня, произвести расчеты и изобразить соответствующие им формы колебаний.

**Указание:**

- Данные к задаче 9 приведены в Таблица Б.9.

### Задача № 10. Расчет балки на упругом основании

Балка, нагруженная внешней нагрузкой  $q$ ,  $P$ ,  $t$  лежит на упругом основании с заданным коэффициентом упругой податливости основания  $c_0$ . Для заданной расчетной схемы требуется:

1. Записать геометрические характеристики поперечного сечения балки в виде заданного стандартного прокатного профиля, определить коэффициент упругости основания  $c = c_0 b$ , волновое число  $k$ , длину полуволны краевого эффекта  $\lambda$  и построить решение задачи об изгибе балки типа краевого эффекта или по методу начальных параметров с использованием функций А.Н. Крылова ( $b$  – ширина балки, опирающейся на упругое основание).
2. Записать граничные условия и определить постоянные интегрирования или неизвестные начальные параметры.
3. Построить эпюры прогиба  $v(z)$ , угла поворота  $\varphi(z)$ , изгибающего момента  $M_x(z)$  и поперечной силы  $Q_y(z)$ .
4. Определить допустимое значение параметра внешней нагрузки  $q$  из условия прочности и условия жесткости.

**Указание:**

- Для полубесконечных и бесконечных балок решения строить в пределах длины волны  $2\lambda$  краевого эффекта
- Данные к задаче 10 приведены в Таблица Б.10.

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

### *Основная литература:*

1. Ицкович, Г. М. Сопротивление материалов. Руководство к решению задач. Часть 1: учебное пособие для академического бакалавриата по инженерно-техническим направлениям / Г. М. Ицкович, Л. С. Минин, А. И. Винокуров ; ред. Л. С. Минин . – 4-е изд., испр. и доп . – М. : Юрайт, 2018 . – 318 с. – (Бакалавр. Академический курс) . - ISBN 978-5-534-05124-7 .
2. Ицкович, Г. М. Сопротивление материалов. Руководство к решению задач. Часть 2 : учебное пособие для академического бакалавриата по инженерно-техническим направлениям / Г. М. Ицкович, Л. С. Минин, А. И. Винокуров ; ред. Л. С. Минин . – 4-е изд., испр. и доп . – М. : Юрайт, 2018 . – 282 с. – (Бакалавр. Академический курс) . - ISBN 978-5-534-05126-1 .
3. Хроматов В. Е. Лекции по сопротивлению материалов в структурно-логических схемах: учебное пособие / В. Е. Хроматов, О. В. Новикова – М.: Издательский дом МЭИ, 2017. – 260 с. - ISBN 978-5-383-01076-1
4. Минин, Л. С. Сопротивление материалов. Расчетные и тестовые задания: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по инженерно-техническим направлениям / Л. С. Минин, Ю. П. Самсонов, В. Е. Хроматов ; ред. В. Е. Хроматов . – 3-е изд., перераб. и доп . – Москва : Юрайт, 2022 . – 213 с. – (Высшее образование) . - На обл. серия: Бакалавр. академический курс . - ISBN 978-5-534-08416-0 .

### *Дополнительная литература:*

5. Хроматов В. Е. Прочность, устойчивость, колебания элементов машиностроительных конструкций. / В.Е. Хроматов, О.В. Новикова, Е.В. Позняк, А.В. Бесова, Т. Н. Комиссарова. – М.: Издательство МЭИ, 2019. - 87 с.
6. Позняк Е.В. Статические и динамические расчеты элементов энергомашиностроительных конструкций в примерах: учебное пособие/ Е.В. Позняк, В.П. Радин, О.В. Новикова, В.Е. Хроматов, Н.Л. Стрельникова, С.И. Коломенский, О.А. Бабин, А.Н. Серветник, А.В. Сальников М.: Издательство МЭИ, 2017.
7. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов: учебник для вузов / В. И. Феодосьев ; – 10-е изд., перераб. и доп . – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000 . – 592 с. – (Механика в техническом университете ; Т.2) . - ISBN 5-7038-1453-6

8. Механика материалов и конструкций: Сборник задач: Учебное пособие для вузов по направлениям подготовки дипломированных специалистов "Энергомашиностроение", "Машиностроительные технологии и оборудование", "Материаловедение, технологии материалов и покрытий", и др / Ю. А. Окопный, и др. ; Ред. В. П. Чирков . – М. : Машиностроение, 2004 . – 416 с. - ISBN 5-217-03218-9 .
9. Механика материалов и конструкций. Основные формулы. Контрольные вопросы и задачи. Основоположники механики. [посвящ. 65-летию ЭнМИ ТУ МЭИ] : учебное пособие по курсу "Механика материалов и конструкций" по направлению "Энергомашиностроение" / Ю. А. Окопный, В. П. Радин, В. Е. Хроматов, В. П. Чирков, Моск. энерг. ин-т (МЭИ ТУ) . – М. : Издательский дом МЭИ, 2008 . – 276 с. - ISBN 978-5-383-00190-5 .
10. Информационные технологии в инженерных расчетах: SMath и Python : учебное пособие [для вузов] / В. Ф. Очков, К. А. Орлов, Ю. В. Чудова, [и др.] . – Санкт-Петербург : Лань, 2023 . – 212 с. - Авторы указаны перед выпускными данными . - ISBN 978-5-507-45821-9 .
11. Алексеев, Е. Р. Введение в Octave : курс лекций . – 2-е изд., испр . – Москва : Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 . – 487 с. : ил. – Режим доступа: электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE», требуется авторизация . - Библиогр. в кн .
12. Ерин, С. В. Автоматизация инженерных расчетов с использованием пакета Scilab: практическое пособие / С. В. Ерин, Ю. Л. Николаев . – М. : Русайнс, 2018 . – 183 с. - ISBN 978-5-4365-1555-7 .

## ПРИЛОЖЕНИЕ А. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

### 1. Осесимметричная задача теории упругости для вращающихся цилиндров и дисков

Уравнение равновесия в перемещениях:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = -\rho\omega^2 r \frac{(1-\nu^2)}{E}$$

Решение для перемещений:

$$u(r) = C_1 r + C_2 \frac{1}{r} - \frac{\rho\omega^2 r^3 (1-\nu^2)}{8E}$$

Решение для напряжений:

$$\sigma_r = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left[ C_1(1+\nu) - C_2 \frac{(1-\nu)}{r^2} \right] - \frac{\rho\omega^2 r^2 (3+\nu)}{8}$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left[ C_1(1+\nu) + C_2 \frac{(1-\nu)}{r^2} \right] - \frac{\rho\omega^2 r^2 (1+3\nu)}{8}$$

$C_1, C_2$  – постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий.

**Частные случаи решения задачи:**

#### 1.1. Вращающийся ненагруженный диск с отверстием.

Граничные условия:  $\sigma_r(r_1) = 0, \sigma_r(r_2) = 0$ .

$$u(r) = \frac{(1-\nu^2)\rho\omega^2}{E} \frac{1}{8} \left( \frac{(3+\nu)}{(1+\nu)} (r_1^2 + r_2^2)r + \frac{(3+\nu)r_1^2 r_2^2}{(1-\nu)r} - r^3 \right);$$

$$\sigma_r = \frac{(3+\nu)\rho\omega^2}{8} \left( r_1^2 + r_2^2 - \frac{r_1^2 r_2^2}{r^2} - r^2 \right);$$

$$\sigma_\theta = \frac{(3+\nu)\rho\omega^2}{8} \left( r_1^2 + r_2^2 + \frac{r_1^2 r_2^2}{r^2} - \frac{(1+3\nu)}{(3+\nu)} r^2 \right).$$

#### 1.2. Сплошной вращающийся диск радиуса $R$ .

Граничные условия:  $\sigma_r(0) < \infty \Rightarrow C_2 = 0; \sigma_r(R) = 0$ .

$$u(r) = \frac{\rho\omega^2(1-\nu^2)}{8E} \left( \frac{(3+\nu)}{(1+\nu)} R^2 r - r^3 \right);$$

$$\sigma_r = \frac{(3+\nu)\rho\omega^2}{8} (R^2 - r^2);$$

$$\sigma_\theta = \frac{(3+\nu)\rho\omega^2}{8} \left( R^2 - \frac{(1+3\nu)}{(3+\nu)} r^2 \right).$$

#### 1.3. Невращающийся цилиндр, нагруженный наружным и внутренним сжимающим давлением.

$\omega = 0$ , граничные условия:  $\sigma_r(r_1) = -p_1, \sigma_r(r_2) = -p_2$ .

$$u(r) = \frac{(1-\nu)}{E} \frac{(p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2)}{(r_2^2 - r_1^2)} r + \frac{(1+\nu)}{E} \frac{(p_1 - p_2) r_1^2 r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2)} \frac{1}{r};$$

$$\sigma_{r,\theta} = \frac{(p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2)}{(r_2^2 - r_1^2)} \mp \frac{(p_1 - p_2) r_1^2 r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2)} \frac{1}{r^2}.$$

Осевые напряжения для закрытого цилиндра:  $\sigma_z = \frac{(p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2)}{(r_2^2 - r_1^2)}$ .

#### 1.4. Невращающийся диск с жестким закреплением внутренней поверхности и

нагруженный внешним растягивающим давлением  $p$ :  $\omega = 0$ , граничные условия:  
 $u(r_1) = 0$ ,  $\sigma_r(r_2) = p$ .

$$u(r) = \frac{(1-\nu^2)}{E} \frac{pr_2^2}{(1+\nu)r_2^2 + (1-\nu)r_1^2} \left( r - \frac{r_1^2}{r} \right);$$

$$\sigma_{r,\theta} = \frac{pr_2^2}{(1+\nu)r_2^2 + (1-\nu)r_1^2} \left( (1+\nu) \pm \frac{r_1^2}{r^2} (1-\nu) \right).$$

## 2. Безмоментная деформация оболочек, содержащих жидкость и избыточное газовое давление

Уравнение Лапласа:

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_\theta}{\rho_\theta} = \frac{p}{h}.$$

### 2.1. Сегмент сферической оболочки.

$$V_{\text{сез}} = \pi z^2 \left( R - \frac{z}{3} \right), \quad \sigma_{m,\theta} = \frac{\gamma R}{2h} \left( (H - z) \pm \frac{z(3R - z)}{3(2R - z)} \right).$$

### 2.2. Коническая оболочка.

$$\sigma_m = \frac{\gamma z \left( H - \frac{2}{3} z \right) \text{tg} \alpha}{2h \cos \alpha}, \quad \sigma_\theta = \frac{\gamma z (H - z) \text{tg} \alpha}{h \cos \alpha}.$$

$H$  – приведенная высота столба жидкости:  $H = \left( H_0 + \frac{p_0}{\gamma} \right)$ ,

где  $H_0$  – высота столба жидкости,  $p_0$  – избыточное газовое давление.

## 3. Осесимметричная деформация цилиндрической оболочки

Уравнение равновесия цилиндрической оболочки в перемещениях:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{Eh}{R^2} w = \left( p - \nu \frac{N_x}{R} \right).$$

Решение типа краевого эффекта:

$$w(x) = w_0(x) + w_*(x) = C_1 e^{-kx} \cos kx + C_2 e^{-kx} \sin kx + w_*(x),$$

$$k = \left( \frac{Eh}{4DR^2} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \quad w_*(x) = \frac{R^2}{Eh} \left( p(x) - \nu \frac{N_x}{R} \right),$$

$$\phi = \frac{dw}{dx} = \frac{dw_*}{dx} - k e^{-kx} ((C_1 - C_2) \cos kx + (C_1 + C_2) \sin kx),$$

$$M_x = D \frac{d^2 w}{dx^2} = D \left( \frac{d^2 w_*}{dx^2} + 2k^2 e^{-kx} (C_1 \sin kx - C_2 \cos kx) \right),$$

$$Q = \frac{dM_x}{dx} = D \frac{d^3 w}{dx^3} = D \left( \frac{d^3 w_*}{dx^3} + 2k^3 e^{-kx} ((C_1 + C_2) \cos kx - (C_1 - C_2) \sin kx) \right),$$

$$M_y = \nu M_x, \quad N_y = \nu N_x + \frac{Eh}{R} w(x), \quad \sigma_x = \frac{N_x}{h} \pm \frac{6M_x}{h^2}, \quad \sigma_y = \frac{N_y}{h} \pm \frac{6M_y}{h^2}.$$

#### 4. Осесимметричный изгиб круговых пластин

Уравнение равновесия в перемещениях:  $D\Delta\Delta w = p_0$ ,

где  $\Delta = \left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\right) = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d}{dr}\right)$ .

Решение:

$$w(r) = C_1 + C_2 r^2 + C_3 \ln r + C_4 r^2 \ln r + w_*, \quad w_* = \frac{p_0 r^4}{64D},$$

$$\phi = -\frac{dw}{dr} = -\left(2C_2 r + C_3 \frac{1}{r} + C_4 r(1 + 2 \ln r) + \frac{p_0 r^3}{16D}\right);$$

$$M_r = D\left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{\nu}{r}\frac{dw}{dr}\right) =$$

$$= D\left(2C_2(1 + \nu) - C_3 \frac{(1 - \nu)}{r^2} + C_4((3 + \nu) + 2(1 + \nu)\ln r)\right) + \frac{p_0 r^2}{16}(3 + \nu);$$

$$M_\theta = D\left(\frac{1}{r}\frac{dw}{dr} + \nu\frac{d^2 w}{dr^2}\right) =$$

$$= D\left(2C_2(1 + \nu) + C_3 \frac{(1 - \nu)}{r^2} + C_4((1 + 3\nu) + 2(1 + \nu)\ln r)\right) + \frac{p_0 r^2}{16}(1 + 3\nu);$$

$$Q = D\left(\frac{d^3 w}{dr^3} + \frac{1}{r}\frac{d^2 w}{dr^2} - \frac{1}{r^2}\frac{dw}{dr}\right) = \left(4C_4 \frac{D}{r} + \frac{p_0 r}{2}\right);$$

$$\sigma_r = \pm \frac{6M_r}{h^2}; \quad \sigma_\theta = \pm \frac{6M_\theta}{h^2}.$$

#### 5. Собственные частоты и формы изгибных колебаний вала как системы с двумя степенями свободы

$$\omega_{1,2} = \left[\frac{f_{11}m_1 + f_{22}m_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{f_{11}m_1 - f_{22}m_2}{2}\right)^2 + f_{12}f_{21}m_1m_2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$f_{11} = \int_0^l \frac{\bar{M}_1^2(z)}{EJ_x} dz, \quad f_{22} = \int_0^l \frac{\bar{M}_2^2(z)}{EJ_x} dz, \quad f_{12} = f_{21} = \int_0^l \frac{\bar{M}_1(z)\bar{M}_2(z)}{EJ_x} dz.$$

Компоненты собственных форм колебаний по первой собственной частоте  $\omega_1$ :

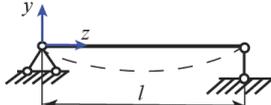
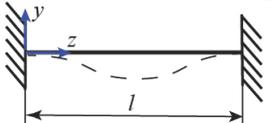
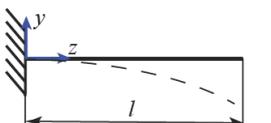
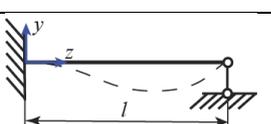
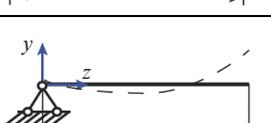
$$\frac{v_{21}}{v_{11}} = \frac{1 - \omega_1^2 m_1 f_{11}}{\omega_1^2 m_2 f_{12}},$$

по второй собственной частоте  $\omega_2$ :

$$\frac{v_{22}}{v_{12}} = \frac{1 - \omega_2^2 m_1 f_{11}}{\omega_2^2 m_2 f_{12}}.$$

## 6. Справочные данные для частот свободных изгибных колебаний стержней с распределенной массой

Таблица А.1. Колебание стержней с распределенной массой

Схема, 1-ая форма колебаний	Граничные условия		Частотное уравнение	Корни частотного уравнения		
	$z = 0$	$z = l$		$n = 1$	$n = 2$	$n \geq 3$
	$Y = 0$ $\frac{d^2 Y}{dz^2} = 0$	$Y = 0$ $\frac{d^2 Y}{dz^2} = 0$	$\sin \chi_n = 0$	$\pi$	$2\pi$	$n\pi$
	$Y = 0$ $\frac{dY}{dz} = 0$	$Y = 0$ $\frac{dY}{dz} = 0$	$\operatorname{ch} \chi_n \cdot \cos \chi_n = 1$	4,73	7,859	$\pi \left( n + \frac{1}{2} \right)$
	$Y = 0$ $\frac{dY}{dz} = 0$	$\frac{d^2 Y}{dz^2} = 0$ $\frac{d^3 Y}{dz^3} = 0$	$\operatorname{ch} \chi_n \cdot \cos \chi_n = -1$	1,875	4,694	$\pi \left( n - \frac{1}{2} \right)$
	$Y = 0$ $\frac{dY}{dz} = 0$	$Y = 0$ $\frac{d^2 Y}{dz^2} = 0$	$\tan \chi_n = \operatorname{th} \chi_n$	3,927	7,069	$\pi \left( n + \frac{1}{4} \right)$
	$\frac{d^2 Y}{dz^2} = 0$ $\frac{d^3 Y}{dz^3} = 0$	$\frac{d^2 Y}{dz^2} = 0$ $\frac{d^3 Y}{dz^3} = 0$	$\operatorname{ch} \chi_n \cdot \cos \chi_n = 1$	0	4,73	$\pi \left( n - \frac{1}{2} \right)$
	$Y = 0$ $\frac{d^2 Y}{dz^2} = 0$	$\frac{d^2 Y}{dz^2} = 0$ $\frac{d^3 Y}{dz^3} = 0$	$\tan \chi_n = \operatorname{th} \chi_n$	0	3,927	$\pi \left( n - \frac{3}{4} \right)$

## 7. Изгиб балок на упругом основании

7.1 Решение типа краевого эффекта.

$$w(z) = w_0(z) + w_*(z) = e^{-kz}(C_1 \cos kz + C_2 \sin kz) + w_*(z),$$

$$k = \sqrt[4]{k_0 / 4EI_x}$$

$$\phi = \frac{dw}{dz} = \frac{dw_*}{dz} - ke^{-kz}((C_1 - C_2) \cos kz + (C_1 + C_2) \sin kz),$$

$$M_x = EI \frac{d^2 w}{dz^2} = EI \left( \frac{d^2 w_*}{dz^2} + 2k^2 e^{-kz}(C_1 \sin kz - C_2 \cos kz) \right),$$

$$Q = \frac{dM_x}{dz} = EI \frac{d^3 w}{dz^3} = EI \left( \frac{d^3 w_*}{dz^3} + 2k^3 e^{-kz}((C_1 + C_2) \cos kz - (C_1 - C_2) \sin kz) \right)$$

7.2 Функции А.Н. Крылова.

$$V_1(\xi) = \operatorname{ch}\xi \cos\xi$$

$$V_2(\xi) = (\operatorname{ch}\xi \sin\xi + \operatorname{sh}\xi \cos\xi) / 2$$

$$V_3(\xi) = (\operatorname{sh}\xi \sin\xi) / 2$$

$$V_4(\xi) = (\operatorname{ch}\xi \sin\xi - \operatorname{sh}\xi \cos\xi) / 4,$$

где  $\xi = kz$  - безразмерный аргумент.

Таблица А.2 Матрица коэффициентов метода начальных параметров

$\Phi(\xi) =$

$V_1$	$V_2 / k$	$V_3 / k^2 EJ$	$V_4 / k^3 EJ$	$(1 - V_1) / 4k^4 EJ$
$-4kV_4$	$V_1$	$V_2 / kEJ$	$V_3 / k^2 EJ$	$V_4 / k^3 EJ$
$-4k^2 EJV_3$	$-4kEJV_4$	$V_1$	$V_2 / k$	$V_3 / k^2$
$-4k^3 EJV_2$	$-4k^2 EJV_3$	$-4kV_4$	$V_1$	$V_2 / k$

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б. ТАБЛИЦЫ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Таблица Б.1. Данные к задаче №1

№ варианта	$l$ , м	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м	$P_1$ , кН	$P_2$ , кН	$P_3$ , кН
1	5.5	1.5	1.8	1.0	150	180	48
2	5.8	1.2	1.5	1.3	200	120	46
3	6.2	1.0	1.5	1.5	120	180	45
4	5.5	1.3	1.7	1.2	100	90	38
5	4.8	1.1	1.5	1.0	50	110	45
6	6.8	1.0	1.0	1.2	120	80	50
7	6.0	1.7	0.9	1.5	200	80	45
8	5.5	1.5	1.7	1.5	140	100	40
9	6.0	1.3	0.9	1.5	150	170	50
10	6.6	1.3	0.9	1.6	130	100	45
11	5.5	1.4	1.5	1.0	150	130	40
12	5.0	1.2	1.0	1.3	250	100	40
13	5.6	1.8	1.2	0.9	140	160	42
14	5.9	1.3	1.0	1.2	170	80	45
15	6.5	1.8	1.5	1.0	180	100	48
16	6.0	1.5	1.7	1.0	140	110	50
17	4.8	1.1	1.1	1.2	170	120	45
18	6.2	1.7	0.9	1.8	120	120	42
19	6.5	1.7	1.5	1.4	50	130	44
20	5.0	1.3	1.1	1.4	130	80	52
21	6.6	1.4	1.5	1.3	200	150	40
22	5.5	1.4	1.3	1.6	140	110	38
23	5.9	1.3	1.0	1.4	170	150	51
24	6.5	1.5	1.9	1.5	200	130	45
25	5.0	1.3	1.0	1.0	120	100	52

**Таблица Б.2. Данные к задаче №2**

<b>№ варианта</b>	<b><i>P</i>, кН</b>	<b><i>a</i>, м</b>	<b><i>b</i>, м</b>	<b>Профиль</b>
1	4	1,5	0,5	Двутавр 10
2	5	1,55	0,5	Швеллер 10
3	6	1,6	0,6	Двутавр 12
4	7	0,65	0,6	Швеллер 12
5	8	0,7	0,6	Двутавр 14
6	9	1,75	0,5	Швеллер 12
7	10	1,8	0,6	Двутавр 14
8	11	1,85	0,5	Швеллер 10
9	12	1,85	0,6	Двутавр 12
10	13	1,95	0,5	Швеллер 5
11	14	1,0	0,6	Двутавр 14
12	15	1,1	0,5	Швеллер 8
13	16	1,15	0,6	Двутавр 10
14	15	1,2	0,5	Швеллер 6,5
15	15	1,1	0,5	Двутавр 14
16	14	1,0	0,5	Швеллер 5
17	13	1,9	0,6	Двутавр 12
18	12	1,8	0,8	Швеллер 8
19	11	1,7	0,7	Двутавр 10
20	10	1,6	0,4	Швеллер 10
21	9	1,5	0,3	Двутавр 14
22	8	1,4	0,5	Швеллер 8
23	7	1,8	0,2	Двутавр 12
24	6	1,5	0,4	Швеллер 5
25	8	1,0	0,5	Двутавр 10

Таблица Б.3. Данные к задаче №3

№ варианта	$r_1$ , см	$r_2$ , см	$p_1$	$p_2$	$[\sigma]$ , МПа	Критерий прочности
1	4	10	$p$	$2p$	100	Сен-Венана
2	5	11	$2p$	$p$	120	Мизеса
3	6	12	$3p$	0	140	Сен-Венана
4	5	10	$p$	$3p$	150	Мизеса
5	4	12	$0.5p$	$p$	160	Сен-Венана
6	6	11	$p$	$0.5p$	170	Мизеса
7	5	11	$2p$	$3p$	180	Сен-Венана
8	6	12	$3p$	0	190	Мизеса
9	5	12	$1.5p$	$p$	140	Сен-Венана
10	7	10	$p$	$1.5p$	120	Мизеса
11	4	11	$1.2p$	$p$	130	Сен-Венана
12	5	12	$p$	$1.2p$	140	Мизеса
13	6	12	$2.5p$	$p$	150	Сен-Венана
14	5	10	$p$	$2.5p$	160	Мизеса
15	6	11	$2p$	$2.5p$	170	Сен-Венана
16	4	12	0	$2p$	180	Мизеса
17	5	10	$1.3p$	$p$	190	Сен-Венана
18	6	11	0	$1.3p$	200	Мизеса
19	5	12	$1.2p$	$2p$	150	Сен-Венана
20	4	10	$2p$	0	130	Мизеса
21	4	11	$2p$	$2.5p$	140	Сен-Венана
22	5	12	$2.5p$	$2p$	150	Мизеса
23	6	10	$1.5p$	$2p$	160	Сен-Венана
24	5	11	$2p$	$1.5p$	170	Мизеса
25	4	12	0	$p$	180	Сен-Венана

**Таблица Б.4. Данные к задаче №4**

<b>№ варианта</b>	<b><i>a</i>, м</b>	<b><i>b</i>, м</b>	<b><i>R</i>, м</b>	<b><i>z</i><sub>0</sub>, м</b>	<b><math>\rho</math>, кг/м<sup>3</sup></b>	<b><math>\rho_0</math>, МПа</b>	<b>[<math>\sigma</math>], МПа</b>	<b>Критерий прочности</b>
1	2.0	1.0	3.0	1.0	1000	0.10	120	Мизеса
2	3.0	0.9	3.0	1.1	900	0.15	140	Сен-Венана
3	2.5	0.8	3.0	1.2	1100	0.10	150	Мизеса
4	2.2	1.1	3.0	1.3	900	0.20	160	Сен-Венана
5	2.4	1.0	3.0	1.4	1000	0.25	170	Мизеса
6	2.6	1.1	3.0	1.5	1100	0.30	180	Сен-Венана
7	2.8	0.9	3.0	1.6	1200	0.35	120	Мизеса
8	3.0	1.0	3.0	1.7	1000	0.40	140	Сен-Венана
9	1.8	1.1	3.0	1.8	1100	0.10	150	Мизеса
10	2.0	1.2	3.0	1.9	1000	0.20	160	Сен-Венана
11	2.1	0.9	4.0	2.0	1200	0.30	170	Мизеса
12	2.2	0.8	3.0	1.0	1000	0.25	180	Сен-Венана
13	2.3	1.0	3.0	1.1	1100	0.10	120	Мизеса
14	2.4	1.1	3.0	1.2	1000	0.15	140	Сен-Венана
15	2.5	1.0	3.0	1.3	900	0.20	150	Мизеса
16	2.6	1.1	3.0	1.4	1100	0.25	160	Сен-Венана
17	2.7	1.2	3.0	1.5	1200	0.30	170	Мизеса
18	2.8	0.9	3.0	1.6	1000	0.35	180	Сен-Венана
19	2.9	1.1	3.0	1.7	900	0.40	120	Мизеса
20	3.0	1.2	3.0	1.8	1200	0.10	140	Сен-Венана
21	2.1	1.0	4.0	1.9	1100	0.20	150	Мизеса
22	2.2	1.1	3.0	2.0	1000	0.30	160	Сен-Венана
23	2.3	1.2	3.0	1.0	1100	0.40	170	Мизеса
24	2.4	1.1	3.0	1.1	1000	0.10	180	Сен-Венана
25	2.5	1.0	3.0	1.3	900	0.20	150	Мизеса

**Таблица Б.5. Данные к задаче №5**

<b>№ варианта</b>	<b><math>p_0</math>, кПа</b>	<b><math>q</math>, кН/м</b>	<b><math>a</math>, см</b>	<b><math>R</math>, см</b>	<b><math>h</math>, мм</b>	<b><math>\Delta</math>, мм</b>
1	30	2,1	35	60	4	0,5
2	40	2,2	45	70	5	0,4
3	50	2,3	50	80	6	0,3
4	45	2,4	35	65	7	0,4
5	50	2,5	30	75	8	0,6
6	30	2,6	50	55	4	0,3
7	40	2,3	40	60	5	0,6
8	50	2,4	50	50	6	0,4
9	45	2,5	60	70	7	0,8
10	30	2,6	50	80	8	0,5
11	35	2,7	40	55	4	0,7
12	40	2,5	50	65	5	0,3
13	45	2,8	40	60	6	0,5
14	50	2,7	50	80	7	0,4
15	30	2,6	35	70	8	0,6
16	40	2,3	30	60	4	0,8
17	50	2,5	45	50	5	0,7
18	45	2,4	50	70	6	0,2
19	35	2,8	65	50	7	0,3
20	40	2,7	70	60	8	0,5
21	50	2,3	60	55	6	0,6
22	30	2,5	70	65	7	0,8
23	40	2,6	50	60	4	0,7
24	50	2,8	60	50	5	0,5
25	35	2,9	75	75	6	0,6

**Таблица Б.6. Данные к задаче №6**

<b>№ вариант</b>	<b><math>r_1</math>, см</b>	<b><math>r_2</math>, см</b>	<b><math>h</math>, см</b>	<b><math>[w]</math>, мм</b>	<b><math>[\sigma]</math>, МПа</b>
1	30	50	1.1	1.0	260
2	40	60	1.3	1.2	265
3	50	75	1.4	1.3	270
4	40	85	1.2	1.0	275
5	45	75	1.3	1.1	280
6	35	70	1.2	1.2	285
7	30	50	1.3	1.3	300
8	45	60	1.5	1.4	285
9	50	65	1.3	1.0	280
10	40	50	1.2	1.2	275
11	45	60	1.1	1.1	270
12	30	55	1.2	1.2	265
13	50	75	1.3	1.3	260
14	40	60	1.4	1.4	265
15	35	45	1.0	1.0	270
16	30	45	1.1	1.1	275
17	45	60	1.2	1.2	280
18	50	75	1.3	1.3	285
19	30	50	1.4	1.4	290
20	35	55	1.3	1.0	295
21	40	65	1.2	1.2	300
22	45	70	1.3	1.3	295
23	50	70	1.4	1.4	290
24	30	50	1.3	1.0	285
25	35	60	1.1	1.1	280

**Таблица Б.7. Данные к задаче №7**

<b>№ варианта</b>	<b><math>l</math>, м</b>	<b>Номер профиля двутавра (Таблица В.1) или швеллера (Таблица В.2)</b>	<b>Номер уголка (неравнобокий) (Таблица В.3)</b>
1	2,0	10	5/3,2
2	2,1	12	6,3/4,0
3	2,2	14	7/4,5
4	2,3	16	8/5
5	2,4	18	9/5,6
6	2,5	20	10/6,3
7	2,6	22	12,5/8
8	2,7	24	14/9
9	2,8	27	16/10
10	2,9	30	18/11
11	1,8	10	5/3,2
12	1,9	12	6,3/4,0
13	2,0	14	7/4,5
14	2,1	16	8/5
15	2,2	18	9/5,6
16	2,3	20	10/6,3
17	2,4	22	12,5/8
18	2,5	24	14/9
19	2,6	27	16/10
20	2,7	30	18/11
21	3,0	18a	5/3,2
22	3,2	20a	8/5
23	3,4	22a	14/9
24	3,5	24a	16/10
25	2,7	30	18/11

**Таблица Б.8. Данные к задаче №8**

<b>№ варианта</b>	<b><math>m_1</math>, кг</b>	<b><math>m_2</math>, кг</b>	<b><math>d</math>, мм</b>	<b><math>\varepsilon_1</math>, мм</b>	<b><math>\varepsilon_2</math>, мм</b>	<b><math>a</math>, м</b>	<b><math>b</math>, м</b>	<b><math>l</math>, м</b>
1	20	10	40	0,15	0,4	0,3	0,4	0,9
2	10	20	30	0,2	0,3	0,4	0,2	0,7
3	30	20	30	0,4	0,35	0,35	0,4	0,8
4	20	30	20	0,3	0,4	0,4	0,3	0,9
5	40	50	30	0,4	0,35	0,3	0,4	0,8
6	50	40	40	0,4	0,2	0,4	0,4	0,9
7	20	20	50	0,3	0,3	0,45	0,6	0,8
8	10	10	60	0,2	0,2	0,35	0,5	0,7
9	10	20	20	0,3	0,1	0,4	0,5	0,6
10	20	10	30	0,25	0,4	0,3	0,4	0,9
11	30	20	40	0,15	0,45	0,45	0,5	0,7
12	20	30	50	0,35	0,2	0,35	0,4	0,8
13	40	50	60	0,5	0,1	0,4	0,5	0,9
14	50	40	30	0,2	0,3	0,3	0,4	0,8
15	15	20	40	0,1	0,4	0,4	0,5	0,9
16	20	25	50	0,3	0,2	0,3	0,45	0,8
17	30	35	60	0,35	0,45	0,35	0,5	0,7
18	40	45	30	0,2	0,4	0,4	0,6	0,6
19	45	50	40	0,5	0,3	0,3	0,4	0,9
20	50	45	50	0,35	0,2	0,4	0,55	0,7
21	45	30	60	0,3	0,35	0,4	0,6	0,8
22	30	15	40	0,25	0,2	0,35	0,5	0,9
23	25	15	30	0,3	0,1	0,4	0,6	0,8
24	20	30	20	0,2	0,2	0,4	0,5	0,9
25	45	50	40	0,15	0,4	0,35	0,45	0,8

**Таблица Б.9. Данные к задаче №9**

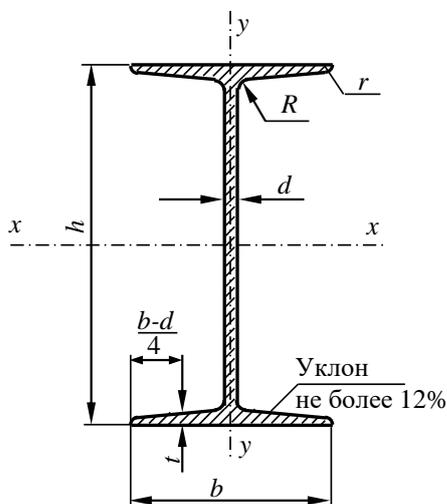
<b>№ варианта</b>	<b><math>E</math>, ГПа</b>	<b><math>\rho</math>, г/см<sup>3</sup></b>	<b><math>l</math>, м</b>	<b><math>c=d_0/d</math>, <math>b/h</math></b>
1	200	7,8	1,0	0,8
2	71	2,7	1,2	0,7
3	110	8,9	1,4	0,6
4	80	2,8	1,6	0,5
5	100	2,5	1,8	0,4
6	190	7,7	2,0	0,8
7	90	8,7	0,5	0,7
8	180	8,0	0,6	0,6
9	130	9,0	0,7	0,5
10	140	2,5	0,8	0,4
11	90	2,9	0,9	0,8
12	220	7,9	1,0	0,7
13	210	7,7	1,2	0,6
14	110	9,0	1,4	0,5
15	70	2,5	1,6	0,4
16	80	2,9	1,8	0,8
17	200	7,8	1,0	0,8
18	71	2,7	1,2	0,7
19	110	8,9	1,4	0,6
20	80	2,8	1,6	0,5
21	100	2,5	1,8	0,4
22	190	7,7	2,0	0,8
23	90	8,7	0,5	0,7
24	180	8,0	0,6	0,6
25	130	9,0	0,7	0,5

**Таблица Б.10. Данные к задаче №10**

<b>№ варианта</b>	<b><math>c_0</math>, МН/м<sup>3</sup></b>	<b><math>[\sigma]</math>, МПа</b>	<b><math>[f/a]</math></b>	<b>a, м</b>	<b>Прокатный профиль</b>
1	10	200	0,01	1,8	Швеллер №12
2	15	240	0,02	1,7	Швеллер № 5
3	20	190	0,03	1,6	Швеллер № 6,5
4	30	180	0,04	1,5	Швеллер № 8
5	35	150	0,05	1,4	Швеллер №10
6	40	170	0,06	1,8	Швеллер №14
7	45	160	0,07	1,7	Швеллер №14а
8	50	220	0,08	1,6	Швеллер №16
9	55	200	0,01	1,5	Швеллер №16а
10	60	210	0,02	1,4	Швеллер №18
11	65	190	0,03	1,0	Швеллер №18а
12	70	180	0,04	2,0	Швеллер №20
13	80	170	0,05	2,1	Швеллер №20а
14	85	160	0,06	2,2	Швеллер №22
15	90	150	0,07	1,4	Двутавр №14
16	75	200	0,08	1,4	Двутавр №10
17	95	190	0,02	1,8	Двутавр №12
18	100	180	0,03	1,7	Двутавр №14
19	110	170	0,01	1,6	Двутавр №16
20	105	160	0,02	1,5	Двутавр №18
21	115	210	0,03	1,4	Двутавр №18а
22	120	200	0,04	1,0	Двутавр №20
23	125	180	0,05	2,0	Двутавр №20а
24	130	160	0,06	2,2	Двутавр №22
25	100	150	0,07	2,1	Двутавр №22а

## ПРИЛОЖЕНИЕ В. ТАБЛИЦЫ СОРТАМЕНТОВ ПРОКАТНЫХ ПРОФИЛЕЙ

**Таблица В.1. Сталь горячекатаная. Балки двутавровые (ГОСТ 8239–89)**

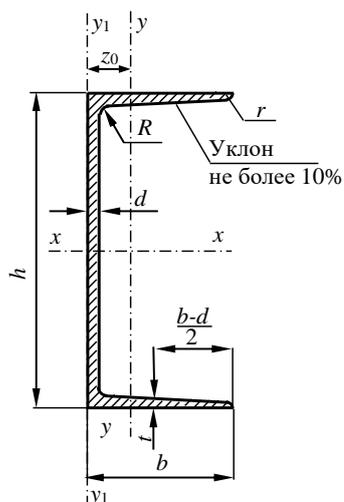


Обозначения:

- $h$  – высота балки;
- $b$  – ширина полки;
- $d$  – толщина стенки;
- $t$  – средняя толщина полки;
- $R$  – радиус внутреннего закругления;
- $J$  – момент инерции;
- $W$  – момент сопротивления;
- $S$  – статический момент полусечения;
- $i$  – радиус инерции;
- $r$  – радиус закругления полки

Номер балки	$h$ , мм	$b$ , мм	$d$ , мм	$t$ , мм	Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Масса 1 м, кг	$J_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$J_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см
10	100	55	4,5	7,2	12	9,46	198	39,7	4,06	23	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	11,5	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	13,7	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	160	81	5	7,8	20,2	15,9	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,7
18	180	90	5,1	8,1	23,4	18,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	19,9	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	200	100	5,2	8,4	26,8	21	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	22,7	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	220	110	5,4	8,7	30,6	24	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	25,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,5
24	240	115	5,6	9,5	34,8	27,3	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	29,4	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	270	125	6	9,8	40,2	31,5	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	270	135	6	10	43,2	33,9	5500	407	11,3	229	337	50	2,8
30	300	135	6,5	10	46,5	36,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	300	145	6,5	11	49,9	39,2	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	330	140	7	11	53,8	42,2	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	360	145	7,5	12	61,9	48,6	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,98
40	400	155	8,3	13	72,6	57	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
45	450	160	9	14	84,7	66,5	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	500	170	10	15	100	78,5	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	550	180	11	17	118	92,6	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	600	190	12	18	138	108	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54
65	650	200	12	19	153	120	101400	3120	25,8	1800	2170	217	3,77
70	700	210	13	21	176	138	134600	3840	27,7	2230	2730	260	3,94
70a	700	210	15	24	202	158	152700	4360	27,5	2550	3240	309	4,01
70б	700	210	18	28	234	184	175370	5010	27,4	2940	3910	373	4,09

**Таблица В.2. Сталь горячекатаная.  
Швеллеры (ГОСТ 8240–97)**

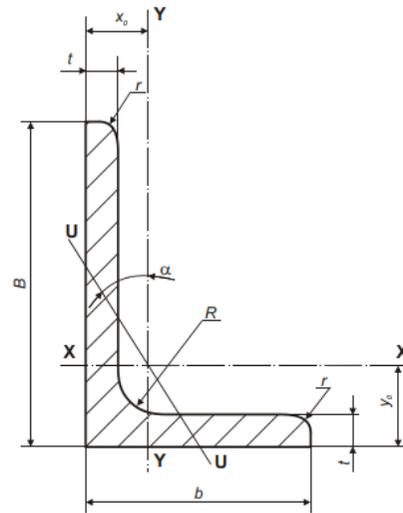


Обозначения:

- $h$  – высота балки;
- $b$  – ширина полки;
- $d$  – толщина стенки;
- $t$  – средняя толщина полки;
- $R$  – радиус внутреннего закругления;
- $J$  – момент инерции;
- $W$  – момент сопротивления;
- $S$  – статический момент полусечения;
- $i$  – радиус инерции;
- $r$  – радиус закругления полки;
- $z_0$  – расстояние от оси  $y$  –  $y$  до наружной грани стенки

Номер балки	$h$ , мм	$b$ , мм	$d$ , мм	$t$ , мм	Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Масса 1 м, кг	$J_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$J_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см	$z_0$ , см
5	50	32	4,4	7	6,16	4,84	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	5,9	48,6	15	2,54	9	8,7	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	8,98	7,05	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	10,9	8,59	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	13,3	10,4	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	15,6	12,3	491	70,2	5,6	40,8	45,4	11	1,7	1,67
14a	140	62	4,9	8,7	17	13,3	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	160	64	5	8,4	18,1	14,2	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,8
16a	160	68	5	9	19,5	15,3	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2
18	180	70	5,1	9,7	20,7	16,3	1090	121	7,24	69,8	86	17	2,04	1,94
18a	180	74	5,1	9,3	22,2	17,4	1190	132	7,32	76,1	105	20	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9	23,4	18,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,2	2,07
20a	200	80	5,2	9,7	25,2	19,8	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	220	82	5,4	9,5	26,7	21	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	220	87	5,4	10	28,8	22,6	2330	212	8,99	121	187	30	2,55	2,46
24	240	90	5,6	10	30,6	24	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,6	2,42
24a	240	95	5,6	11	32,9	25,8	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,79	2,67
27	270	95	6	11	35,2	27,7	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11	40,5	31,8	5810	387	12	224	327	43,6	2,84	2,52
33	330	105	7	12	46,5	36,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	360	110	7,5	13	53,4	41,9	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,1	2,68
40	400	115	8	14	61,5	48,3	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

**Таблица В.3. Сталь прокатная угловая неравнополочная (ГОСТ 8510–86)**



Обозначения:

$B$  — ширина большей полки;

$b$  — ширина меньшей полки;

$t$  — толщина полки;

$R$  — радиус внутреннего закругления;

$r$  — радиус закругления полок;

$J$  — момент инерции;

$i$  — радиус инерции;

$x_0, y_0$  — расстояние от центра тяжести до наружных граней полок;

$I_{xy}$  — центробежный момент инерции.

Номер уголка	мм					Площадь поперечного сечения, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей									x <sub>0</sub> , см	y <sub>0</sub> , см	J <sub>xy</sub> , см <sup>4</sup>	Угол наклона на оси, t <sub>gg</sub>	Масса I м уголка, кг
	B	b	t	R	r		x—x			y—y			u—u							
							J <sub>xx</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>xx</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>xx</sub> , см	J <sub>yy</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>yy</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>yy</sub> , см	J <sub>umin</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>uy</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>umin</sub> , см					
2.5/1,6	25	16	3	3,5	1,2	1,16	0,70	0,43	0,78	0,22	0,19	0,44	0,13	0,16	0,34	0,42	0,86	0,22	0,392	0,91
3/2*	30	20	3			1,43	1,27	0,62	0,94	0,45	0,30	0,56	0,26	0,25	0,43	0,51	1,0	0,43	0,427	1,12
			4			1,86	1,61	0,82	0,93	0,56	0,39	0,55	0,34	0,32	0,43	0,54	1,04	0,54	0,421	1,46
3,2/2	32	20	3	1,49	1,52	0,72	1,01	0,46	0,30	0,55	0,28	0,25	0,43	0,49	1,08	0,47	0,382	1,17		
			4	1,94	1,93	0,93	1,00	0,57	0,39	0,54	0,35	0,33	0,43	0,53	1,12	0,59	0,374	1,52		
4/2,5	40	25	3	1,89	3,06	1,14	1,27	0,93	0,49	0,70	0,56	0,41	0,54	0,59	1,32	0,96	0,385	1,48		
			4	2,47	3,93	1,49	1,26	1,18	0,63	0,69	0,71	0,52	0,54	0,63	1,37	1,22	0,281	1,94		
			5	3,03	4,73	1,82	1,25	1,41	0,77	0,68	0,86	0,64	0,53	0,66	1,41	1,44	0,374	2,37		
4/3*	40	30	4	2,67	4,18	1,54	1,25	2,01	0,91	0,87	1,09	0,75	0,64	0,78	1,28	1,68	0,544	2,26		
			5	3,28	5,04	1,88	1,24	2,41	1,11	0,86	1,33	0,91	0,64	0,82	1,32	2,00	0,539	2,46		
4,5/2,8	45	28	3	2,14	4,41	1,45	1,48	1,32	0,61	0,79	0,72	0,52	0,61	0,64	1,47	1,38	0,382	1,68		
			4	2,80	5,68	1,90	1,42	1,69	0,80	0,78	1,02	0,67	0,60	0,68	1,51	1,77	0,379	2,20		
5/3,2	50	32	3	2,42	6,18	1,82	1,60	1,99	0,81	0,91	1,18	0,68	0,70	0,72	1,60	2,01	0,403	1,9		
			4	3,17	7,98	2,38	1,59	2,56	1,05	0,90	1,52	0,88	0,69	0,76	1,65	2,59	0,401	2,4		
5,6/3,6	56	36	4	3,58	11,37	3,01	1,78	3,70	1,34	1,02	2,19	1,13	0,78	0,84	1,82	3,74	0,406	2,81		
			5	4,41	13,82	3,70	1,77	4,48	1,65	1,01	2,65	1,37	0,78	0,88	1,87	4,50	0,404	3,46		
6,3/4,0	63	40	4	4,04	16,33	3,83	2,01	5,16	1,67	1,13	3,07	1,41	0,87	0,91	2,03	5,25	0,397	3,17		
			5	4,98	19,91	4,72	2,00	6,26	2,05	1,12	3,73	1,72	0,86	0,95	2,08	6,41	0,396	3,91		
			6	5,90	23,31	5,58	1,99	7,29	2,42	1,11	4,36	2,02	0,86	0,99	2,12	7,44	0,393	4,63		
			8	7,68	29,60	7,22	1,96	9,15	3,12	1,09	5,58	2,60	0,85	1,07	2,20	9,27	0,386	6,03		
6,5/5*	65	50	5	5,56	23,41	5,20	2,05	12,08	3,23	1,47	6,41	2,68	1,07	1,26	2,00	9,77	0,567	4,36		
			6	6,60	27,46	6,16	2,04	14,12	3,82	1,46	7,52	3,15	1,07	1,30	2,04	11,46	0,575	5,18		
			7	7,62	31,32	7,08	2,03	16,05	4,38	1,45	8,60	3,59	1,06	1,34	2,08	12,94	0,571	5,98		
			8	8,62	35,00	7,99	2,02	18,88	4,93	1,44	9,65	4,02	1,06	1,37	2,12	13,61	0,570	6,77		
7/4,5	70	45	5	7,5	2,5	5,59	27,76	5,88	2,23	9,05	2,62	1,27	5,34	2,20	0,98	1,05	2,28	9,12	0,406	4,39

Номер уголка	мм					Площадь поперечного сечения, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей									x <sub>0</sub> , см	y <sub>0</sub> , см	J <sub>xy</sub> , см <sup>4</sup>	Угол наклона на оси, t <sub>гр</sub>	Масса 1 м уголка, кг
	B	b	t	R	r		x—x			y—y			u—u							
							J <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>x</sub> , см	J <sub>y</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>y</sub> , см	J <sub>umin</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>uy</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>umin</sub> , см					
7,5/5	75	50	5	8,0	2,7	6,11	34,81	6,81	2,39	12,47	3,25	1,43	7,24	2,73	1,09	1,17	2,39	12,00	0,436	4,79
			6			7,25	40,92	8,08	2,38	14,60	3,85	1,42	8,48	3,21	1,08	1,21	2,44	14,10	0,435	5,69
			7*			8,37	46,77	9,31	2,36	16,61	4,43	1,41	9,69	3,69	1,08	1,25	2,48	16,18	0,435	6,57
			8			9,47	52,38	10,52	2,35	18,52	4,88	1,40	10,87	4,14	1,07	1,29	2,52	17,80	0,430	7,43
8/5	80	50	5	8,0	2,7	6,36	41,64	7,71	2,56	12,68	3,28	1,41	7,57	2,75	1,00	1,13	2,60	13,20	0,387	4,49
			6			7,55	48,98	9,15	2,55	14,85	3,88	1,40	8,88	3,24	1,08	1,17	2,65	15,50	0,386	5,92
8/6*	80	60	6	8,0	2,7	8,15	52,06	9,42	2,53	25,18	5,58	1,76	13,61	4,66	1,29	1,49	2,47	20,98	0,547	6,39
			7			9,42	59,61	10,87	2,52	28,74	6,43	1,75	15,58	5,34	1,29	1,53	2,52	24,01	0,546	7,39
			8			10,67	66,88	12,38	2,50	32,15	7,26	1,74	17,49	5,99	1,28	1,57	2,56	26,83	0,544	8,37
9/5,6	90	56	5,5	9,0	3,0	7,86	65,28	10,74	2,88	19,67	4,53	1,58	11,77	3,81	1,22	1,26	2,92	20,54	0,384	6,17
			6			8,54	70,58	11,66	2,88	21,22	4,91	1,58	12,70	4,12	1,22	1,28	2,95	22,23	0,384	6,70
			8			11,18	90,87	15,24	2,85	27,08	6,39	1,56	16,29	5,32	1,21	1,36	3,04	28,33	0,380	8,77
10/6,3	100	63	6	10,0	3,3	9,58	98,29	14,52	3,20	30,58	5,27	1,79	18,20	5,27	1,38	1,42	3,23	31,50	0,393	7,53
			7			11,09	112,86	16,78	3,19	34,99	7,23	1,78	20,83	6,06	1,37	1,46	3,28	36,10	0,392	8,70
			8			12,57	126,96	19,01	3,18	39,21	8,17	1,77	23,38	6,82	1,36	1,50	3,32	40,50	0,391	9,87
			10			15,47	153,95	23,32	3,15	47,18	9,99	1,75	28,34	8,31	1,35	1,58	3,40	48,60	0,387	12,14
10/6,5*	100	65	7	10,0	3,3	11,23	114,05	16,87	3,19	38,32	7,70	1,85	22,77	6,43	1,41	1,52	3,24	38,00	0,415	8,81
			8			12,73	128,31	19,11	3,18	42,96	8,70	1,84	25,24	7,26	1,41	1,56	3,28	42,64	0,414	9,99
			10			15,67	155,52	23,45	3,15	51,68	10,64	1,82	30,60	8,83	1,40	1,64	3,37	51,18	0,410	12,30
11/7	110	70	6,5	10,0	3,3	11,45	142,42	19,11	3,53	45,61	8,42	2,00	26,94	7,05	1,53	1,58	3,55	46,80	0,402	8,98
			8			13,93	171,54	23,22	3,51	54,64	10,20	1,98	32,31	8,50	1,52	1,64	3,61	55,90	0,400	10,93
12,5/8	125	80	7	11,0	3,7	14,06	226,53	26,67	4,01	73,73	11,89	2,29	43,40	9,96	1,76	1,80	4,01	74,70	0,407	11,04
			8			15,98	225,62	30,26	4,00	80,95	13,47	2,28	48,82	11,25	1,75	1,84	4,05	84,10	0,406	12,58
			10			19,70	311,61	37,27	3,98	100,47	16,52	2,26	59,33	13,74	1,74	1,92	4,14	102,00	0,404	15,47
			12			23,36	364,79	44,07	3,95	116,84	19,46	2,24	69,47	16,11	1,72	2,00	4,22	118,00	0,400	18,34
14/9	140	90	8	12,0	4,0	18,00	363,68	38,25	4,49	119,79	17,19	2,58	70,27	14,39	1,58	2,03	4,49	121,00	0,411	14,13
			10			22,24	444,45	47,19	4,47	145,54	21,14	2,58	85,51	17,58	1,96	2,12	4,58	147,00	0,409	17,46

Номер уголка	мм					Площадь поперечного сечения, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей									x <sub>0</sub> , см	y <sub>0</sub> , см	J <sub>xy</sub> , см <sup>4</sup>	Угол наклона на оси, t <sub>gx</sub>	Масса 1 м уголка, кг
	B	b	t	R	r		x—x			y—y			u—u							
							J <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>x</sub> , см	J <sub>y</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>y</sub> , см	J <sub>umin</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>u</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>umin</sub> , см					
16/10	160	100	9	13,0	4,3	22,87	605,97	56,04	5,15	186,03	23,96	2,85	110,40	20,01	2,20	2,24	5,19	194,00	0,391	17,96
			10			25,28	666,59	61,91	5,13	204,09	26,42	2,84	121,16	22,02	2,19	2,28	5,23	213,00	0,390	19,85
			12			30,04	784,22	73,42	5,11	238,75	31,23	2,82	142,14	25,93	2,18	2,36	5,32	249,00	0,388	23,58
			14			34,72	897,19	84,65	5,08	271,60	35,89	2,80	162,49	29,75	2,16	2,43	5,40	282,00	0,385	27,26
18/11	180	100	10	14,0	4,7	28,33	952,28	78,59	5,80	276,37	32,27	3,12	165,44	26,96	2,42	2,44	5,88	295,00	0,376	22,20
			12			33,69	1122,56	93,33	5,77	324,09	38,20	3,10	194,28	31,83	2,40	2,52	5,97	348,00	0,374	26,40
20/12,5	200	125	11			34,87	1449,02	107,31	6,45	446,36	45,98	3,58	263,84	38,27	2,75	2,79	6,50	456,00	0,392	27,37
			12			37,89	1568,19	116,51	6,43	481,93	49,85	3,57	285,04	41,45	2,74	2,83	6,54	503,00	0,392	29,74
			14	43,87	1800,83	134,64	6,41	550,77	57,43	3,54	326,54	47,57	2,73	2,91	6,62	575,00	0,390	34,43		
			16	49,77	2026,08	152,41	6,38	616,66	64,83	3,52	366,99	53,56	2,72	2,99	6,71	643,00	0,388	39,07		

**ПРИЛОЖЕНИЕ Г. Справочные данные к решению задач**

**Таблица Г.1. Коэффициенты продольного изгиба для сталей марок Ст.2, 3, 4**

$\lambda$	$\varphi$
0	1
10	0.99
20	0.96
30	0.94
40	0.92
50	0.89
60	0.86
70	0.81
80	0.75
90	0.69
100	0.60
110	0.52
120	0.45
130	0.40
140	0.36
150	0.32
160	0.29
170	0.26
180	0.23
190	0.21
200	0.19

**ПРИЛОЖЕНИЕ Д. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА СЕМЕСТРА  
2024-2025 УЧ. ГОДА**

№ дел я	Тема лекции	Тема практического занятия	Выполнение КП/КР
1	Метод сил для расчета статически неопределимых систем	Расчет статически неопределимых балок	выдача задания
2	Определение перемещений в статически неопределимых системах, работающих на изгиб. Выбор рациональной основной системы	Расчет статически неопределимых рам	
3	Расчет толстостенных цилиндров и дисков	Расчет цилиндров давления. Расчет вращающихся дисков	
4	Расчет вращающихся дисков. Частные случаи решения осесимметричной задачи теории упругости	<b>Контрольная работа: "Статически неопределимые системы"</b>	1,2
5	Безмоментная теория оболочек вращения	Безмоментная теория составных оболочек	
6	Расчет составных оболочек, заполненных жидкостью	Безмоментная теория составных оболочек. <b>Контрольная работа: "Расчет цилиндров и дисков"</b>	3,4
7	Осесимметричная деформация цилиндрических оболочек	Осесимметричная деформация цилиндрических оболочек	
8	Блок-схема вывода уравнения равновесия цилиндрической оболочки. Его решение	<b>Контрольная работа: "Безмоментная теория оболочек"</b>	5,6
9	Осесимметричный изгиб пластин	Изгиб круговых пластин	
10	Определение напряжений и перемещений в круглых пластинах	Устойчивость стержней	
11	Устойчивость сжатых стержней. Вывод формулы Эйлера	Расчеты на устойчивость многопролетных стержней	
12	Расчеты на устойчивость по коэффициенту продольного изгиба	<b>Контрольная работа: "Осесимметричная деформация цилиндрических оболочек. Изгиб пластин"</b>	7,8
13	Свободные колебания механических систем. Линейный осциллятор	Собственные колебания систем с конечным числом степеней свободы	
14	Колебания систем с конечным числом степеней свободы	Вынужденные колебания. Расчет вращающегося вала	
15	Вынужденные колебания механических систем. Вращающиеся валы	Свободные колебания систем с распределенными параметрами Расчет балок на упругом основании (для групп С-06,12а,б,э)	9,10
16	Колебания стержней с распределенной массой	<b>Контрольная работа: "Устойчивость. Колебания"</b>	

Учебное издание

**Хроматов** Василий Ефимович  
**Догадина** Татьяна Николаевна  
**Новикова** Ольга Валерьевна  
**Позняк** Елена Викторовна  
**Бесова** Анастасия Вячеславовна  
**Волоховский** Василий Юрьевич

**ПРОЧНОСТЬ, УСТОЙЧИВОСТЬ, КОЛЕБАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ  
МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Методические указания к курсовому проектированию

Редактор издательства  
Компьютерная верстка

---

Подписано в печать	Печать офсетная	Формат 60x84/16
Физ. печ. л.	Тираж 200 Изд.№	Заказ

---

Оригинал-макет подготовлен в РИО НИУ «МЭИ».  
111250, Москва, Красноказарменная, д.14  
Отпечатано в типографии НИУ «МЭИ».  
111250, Москва, Красноказарменная, д.13