

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МЭИ»

Т. Н. ДОГАДИНА, Е.В. ПОЗНЯК, В.Е. ХРОМАТОВ, А.В. БЕСОВА,
В.Ю. ВОЛОХОВСКИЙ, Т. Б. ДУЙШЕНАЛИЕВ

**СТАТИЧЕСКИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ
НА ПРОЧНОСТЬ, ЖЕСТКОСТЬ И ВЫНОСЛИВОСТЬ
ЭЛЕМЕНТОВ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Методические указания к курсовой работе (проекту)

по курсу

“Механика материалов и конструкций”

для студентов, обучающихся по направлениям
«Энергетическое машиностроение», «Прикладная механика»,
«Машиностроение», «Мехатроника и робототехника»

Москва
Издательство МЭИ
2026

УДК 539.4
ББК
30.121
Д-941

*Утверждено учебным управлением НИУ «МЭИ»
в качестве учебного издания*
Подготовлено на кафедре робототехники, мехатроники,
динамики и прочности машин

Рецензент — В.П. Радин, канд. техн. наук, профессор кафедры
РМДПМ НИУ «МЭИ»

Догадина Т. Н.

Д 941 Статические и динамические расчеты на прочность, жесткость и выносливость элементов машиностроительных конструкций. / Догадина Т.Н., Е.В. Позняк, В.Е. Хроматов, А.Б. Бесова, В.Ю. Волоховский, Т. Б. Дуйшеналиев. – М.: Издательство МЭИ, 2026. - 32 с.

В методических указаниях представлены условия к решению задач по статическим расчетам на прочность, жесткость при силовом и температурном нагружении статически неопределимых балок; толстостенных цилиндров; тонкостенных оболочек вращения, рассчитываемых по безмоментной теории; круговых цилиндрических оболочек при осесимметричном нагружении; а также балок на упругом основании. Динамические задачи рассматриваются на примерах вращающихся валов.

Программой курса «Механика материалов и конструкций» для студентов 2 курса Института энергомашиностроения и механики и Института гидроэнергетики и возобновляемых источников энергии, обучающихся по направлениям 13.03.03 - Энергетическое машиностроение, 15.03.01 - Машиностроение, 15.03.03 - Прикладная механика, 15.03.06 - Мехатроника и робототехника. С целью лучшего освоения материала дисциплины на 4 семестре обучения предусмотрено выполнение курсовой работы (проекта).

**УДК 539.4
ББК 30.121**

Национальный исследовательский университет «МЭИ», 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ (ПРОЕКТ).....	6
Задача № 1. Расчет статически неопределимой балки на прочность и жесткость	6
Задача № 2. Анализ напряженно-деформированного состояния	8
Задача № 3. Расчет вращающегося вала на выносливость.....	10
Задача № 4. Расчет на прочность кругового толстостенного цилиндра	12
Задача № 5. Расчет тонкостенных оболочек вращения по безмоментной теории.....	14
Задача № 6. Расчет круговой цилиндрической оболочки при осесимметричной нагрузке	15
Задача № 7. Критические скорости вращения вала	17
Задача № 8. Расчет балки на упругом основании.....	19
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	21
ПРИЛОЖЕНИЕ А. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ	23
ПРИЛОЖЕНИЕ Б. СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ	27
ПРИЛОЖЕНИЕ В. ТАБЛИЦЫ СОРТАМЕНТОВ ПРОКАТНЫХ ПРОФИЛЕЙ	29
ПРИЛОЖЕНИЕ Г. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА СЕМЕСТРА 2025-2026 УЧ. ГОДА	32

ВВЕДЕНИЕ

Указания по выполнению и оформлению курсовой работы/курсового проекта

Курсовая работа (проект) состоит в решении восьми задач. Условия к задачам содержатся в задании на выполнение курсовой работы (проекта). Каждое задание выполняется и оформляется отдельно в сроки, указанные преподавателем. Пункты задач, отмеченные словом «факультативно», и задача 8 выполняются студентами, обучающимися по направлениям 15.03.03 Прикладная механика и 15.03.06 Мехатроника и робототехника.

В соответствии с положениями ГОСТ 7.32-2017 расчетно-пояснительная записка (отчет) к курсовой работе (проекту) выполняется на листах бумаги форматом А4 (210x297 мм). Текст пишется четко и аккуратно (или набирается с использованием компьютера) на одной стороне листа белой бумаги с размерами полей: правое - не менее 10 мм, верхнее и нижнее - не менее 20 мм, левое - не менее 30 мм. Страницы нумеруются.

Текстовая часть отчета должна содержать изложение последовательного выполнения пунктов условия соответствующей задачи. Все обозначения должны совпадать с принятыми на лекциях или быть объяснены. Не допускается приведение формул и выполнение вычислений без текстового комментария. Числовые данные к расчетным схемам, приведённые в таблицах исходных данных, записываются в условии задачи и при необходимости - непосредственно на чертежах и рисунках в расчетно-пояснительной записке. Каждая задача в расчетно-пояснительной записке должна начинаться с условия. При проведении вычислений необходимо записать расчетную формулу, далее подставить числовые значения параметров и записать результат, содержащий не более 3-х значащих цифр с указанием размерности.

Иллюстрации (таблицы, чертежи, схемы, графики) выполняют чертежными инструментами (или с помощью графических компьютерных программ) с соблюдением масштабов. Основные формулы в тексте, таблицы и графики необходимо пронумеровать. Рекомендуется (см. ГОСТ 7.32-2017) применение двойной нумерации (например: формула 1.2, Таблица 3.3, Рисунок 4.5 и т. д.).

Решение задач рекомендуется проводить с использованием систем научных и инженерных расчетов типа Smath, GNU Octave, SciLab, Python с обязательной распечаткой программ и (или) рабочих листов, содержащих исходные числовые данные, алгоритмы вычислений и необходимый графический материал.

При использовании учебников, пособий, ГОСТов и другой литературы необходима ссылка на источники. В этом случае в конце текстовой части отчета приводится библиографический список.

После проверки задания преподавателем студент должен внести исправления в соответствии с замечаниями и вновь сдать расчет с работой над ошибками. При исправлении проверенного преподавателем отчета по курсовой работе необходимо оставлять замечания, сделанные преподавателем. Мелкие исправления вносятся непосредственно на странице, где имеются замечания, а крупные – на новых листах, подшиваемых к отчету.

Отчет без бланка задания, подписанного преподавателем, а также оформленный с нарушением ГОСТ 7.32-2017 и настоящих указаний, не принимается.

Проверенная преподавателем курсовая работа не позднее чем за один день до защиты загружается в БАРС.

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ (ПРОЕКТ)

Задача № 1. Расчет статически неопределимой балки на прочность и жесткость

Многопролетная статически неопределимая стальная балка с постоянного поперечного сечения, нагруженная (в плоскости максимальной изгибной жесткости) сосредоточенными силами, моментами и распределенной нагрузкой, испытывает прямой поперечный изгиб. Для заданной расчетной схемы балки требуется:

1. Раскрыть статическую неопределимость балки применив метод сил.
2. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
3. Произвести деформационную проверку.
4. Из расчета на прочность по нормальным напряжениям подобрать поперечное сечение балки стандартного прокатного профиля в виде двутавра (Таблица В.1) или швеллера (Таблица В.2).
5. Применив энергетический метод определения перемещений (интеграл Максвелла-Мора) вычислить прогиб сечения K и угол поворота сечения A балки.
6. *Факультативно.* Применив метод начальных параметров, построить эпюры поперечных сил, изгибающих моментов, перемещений и углов поворота сечений балки.
7. Построив в опасном сечении эпюру касательных напряжений выполнить проверку на прочность по касательным напряжениям.
8. *Факультативно.* Для линейного закона изменения температуры по высоте поперечного сечения одного из пролетов балки определить перемещение сечения K от температурного воздействия.
9. *Факультативно.* Провести проверку на прочность по нормальным напряжениям при совместном действии силовой нагрузки и температуры.

Указания:

- Расчет методом сил выполнить начиная с анализа различных вариантов основной системы. Исходя из вида эпюр единичных и грузовых моментов, выбрать за расчетный оптимальный (с точки зрения минимизации трудоёмкости вычислений) вариант основной системы; любой другой вариант основной системы принять за проверочный. Деформационную проверку выполнять используя проверочный вариант основной системы. Оценить погрешность расчетов (допускается погрешность не более 4%).
- Принять материал сталь 3: $[\sigma] = 160$ МПа, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $[\tau] = 80$ МПа, коэффициент температурного расширения $\alpha = 1,25 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{град}}$
- При расчетах принять начальную температуру $T_0 = 15 \div 25$ °С, температуру $T_1 = 10$ °С, $T_2 = 40 \div 50$ °С.
- Для четных вариантов числовых данных принять, что температура меняется линейно на крайнем левом пролете, для нечетных – на крайнем правом. При этом температура верхних волокон равна T_1 , нижних - T_2

- Числовые данные к задаче 1 приведены в Таблица 1

Таблица 1. Данные к задаче №1

№ варианта	l , м	a , м	b , м	c , м	P_1 , кН	P_2 , кН	P_3 , кН
1	5.5	1.5	1.8	1.0	150	180	48
2	5.8	1.2	1.5	1.3	200	120	46
3	6.2	1.0	1.5	1.5	120	180	45
4	5.5	1.3	1.7	1.2	100	90	38
5	4.8	1.1	1.5	1.0	50	110	45
6	6.8	1.0	1.0	1.2	120	80	50
7	6.0	1.7	0.9	1.5	200	80	45
8	5.5	1.5	1.7	1.5	140	100	40
9	6.0	1.3	0.9	1.5	150	170	50
10	6.6	1.3	0.9	1.6	130	100	45
11	5.5	1.4	1.5	1.0	150	130	40
12	5.0	1.2	1.0	1.3	250	100	40
13	5.6	1.8	1.2	0.9	140	160	42
14	5.9	1.3	1.0	1.2	170	80	45
15	6.5	1.8	1.5	1.0	180	100	48
16	6.0	1.5	1.7	1.0	140	110	50
17	4.8	1.1	1.1	1.2	170	120	45
18	6.2	1.7	0.9	1.8	120	120	42
19	6.5	1.7	1.5	1.4	44	130	44
20	5.0	1.3	1.1	1.4	52	80	52
21	6.6	1.4	1.5	1.3	40	150	150
22	5.5	1.4	1.3	1.6	38	110	200
23	5.9	1.3	1.0	1.4	51	150	120
24	6.5	1.5	1.9	1.5	45	130	100
25	5.0	1.3	1.0	1.0	52	100	50
26	5.0	1.3	1.1	1.4	52	80	120
27	6.6	1.4	1.5	1.3	40	150	200
28	5.5	1.4	1.3	1.6	38	110	140
29	5.9	1.3	1.0	1.4	51	150	150
30	6.5	1.5	1.9	1.5	45	130	130
31	5.0	1.3	1.0	1.0	52	100	150

Задача № 2. Анализ напряженно-деформированного состояния

Для случая, когда известны компоненты тензора напряжений в окрестности некоторой точке деформируемого твердого тела, требуется:

1. Дать определение понятию напряженно-деформированного состояния (НДС). Выписать соотношения, связывающие компоненты тензоров напряжений и деформаций для объемного напряженного состояния. Дать определение удельной и полной потенциальной энергии упругой деформации. Дать определение главным значениям и главным площадкам тензоров напряжений и деформаций.
2. Считая материал линейно-упругим ($E = 200$ ГПа, $\nu = 0,3$), найти тензор деформаций, соответствующий заданному тензору напряжений.
3. Записать характеристическое уравнение $f(\sigma) = 0$ для определения главных значений (главных напряжений) и записать систему уравнений для нахождения направлений главных осей тензора напряжений $\tilde{\sigma}$.
4. Вычислить главные напряжения и направляющие косинусы главных осей тензора $\tilde{\sigma}$ (σ_{jk} , МПа). Правильность отыскания главных напряжений проиллюстрировать графически, изобразив график характеристической функции $f(\sigma)$ и отметив на нем корни уравнения $f(\sigma) = 0$.
5. Вычислить экстремальные касательные напряжения.
6. Дать графическую иллюстрацию с изображением ортогональных площадок с соответствующими напряжениями в исходном базисе, а также площадок с главными напряжениями.
7. *Факультативно.* Вычислить удельную потенциальную энергию упругой деформации для заданного случая НДС
8. По заданному критерию прочности вычислить эквивалентные напряжения, проверить условие прочности, положив $[\sigma] = 160$ МПа.

Указания:

- Для проверки правильности найденных корней характеристического уравнения вычислить инварианты тензора напряжений в исходных и главных осях.
- Числовые данные к задаче 2 приведены в таблице 2

Таблица 2. Данные к задаче № 2

№ варианта	σ_x , МПа	σ_y , МПа	σ_z , МПа	τ_{xy} , МПа	τ_{xz} , МПа	τ_{yz} , МПа	Критерий прочности
1	6	40	31	13	43	29	Г-М
2	69	53	71	59	10	45	С-В
3	5	-42	67	23	-60	53	Г-М
4	8	66	54	39	48	46	С-В
5	53	63	70	59	70	88	Г-М
6	10	30	67	-26	70	52	С-В
7	82	-44	18	30	64	95	С-В
8	82	2	13	62	4	64	Г-М
9	73	99	100	27	7	96	С-В
10	15	-17	18	83	32	25	С-В
11	66	11	4	99	54	68	Г-М
12	52	38	57	74	-66	-29	С-В
13	98	20	-89	35	41	68	С-В
14	-65	49	67	59	82	70	С-В
15	81	34	20	11	72	7	С-В
16	46	96	37	91	-97	26	С-В
17	-44	93	47	88	54	23	С-В
18	83	6	99	82	33	67	Г-М
19	9	74	16	27	11	85	С-В
20	14	27	86	-60	62	35	С-В
21	18	43	65	3	78	79	Г-М
22	-40	55	38	-43	43	68	Г-М
23	84	95	20	32	10	1	Г-М
24	-81	42	43	-17	-27	61	С-В
25	6	40	31	13	43	29	Г-М
26	71	4	71	32	10	35	С-В
27	67	57	67	54	-60	59	Г-М
28	54	-89	54	-66	48	11	С-В
29	70	67	70	41	70	91	Г-М
30	67	20	67	82	70	88	С-В
31	18	37	18	72	64	82	С-В

Задача № 3. Расчет вращающегося вала на выносливость

Круглый вал постоянного поперечного сечения (диаметр d) вращается с рабочей частотой n_0 и передает мощность N . Для заданной расчетной схемы требуется:

1. Определить передаваемый крутящий момент и усилия P_1, P_2 в зацеплениях колес диаметрами D_1, D_2 .
2. Построить эпюры изгибающих моментов M_x, M_y и крутящего момента M_z .
3. Выполнить проектный расчет - подобрать диаметр вала d без учета циклического изменения напряжений.
4. Выполнить проверочный расчет вала с учетом циклического изменения напряжений.

Указания:

- при выполнении проектного расчета (п. 10.3) назначить нормативный коэффициент запаса прочности в пределах: $4 \leq [n] \leq 6$. Полученный диаметр d округлить до ближайшего большего размера из ряда (в мм): 10,0; 10,5; 11,0; 11,5; 12,0; 13,0; 14,0; 15,0; 16,0; 17,0; 18,0; 19,0; 20,0; 21,0; 22,0; 24,0; 25,0; 26,0; 28,0; 30,0; 32,0; 34,0; 36,0; 38,0; 40,0; 42,0; 45,0; 48,0; 50,0; 53,0; 56,0; 60,0; 63,0; 67,0; 71,0; 75,0; 80,0; 85,0; 90,0; 95,0; 100,0; большие размеры получаются умножением на 10;
- при выполнении проверочного расчета (п. 4) принять, что нормальные напряжения меняются по симметричному циклу, касательные напряжения постоянны во времени;
- считать, что посадка диска на вал осуществляется при помощи шпоночного соединения;
- при расчетах на выносливость необходимо учесть влияние концентраторов напряжений, состояние поверхности и масштабный фактор. Механические характеристики, коэффициенты K_F, K_d, K_σ выбрать по Приложению Б;
- фактический коэффициент запаса прочности должен находиться в пределах $1,4 \leq [n] \leq 1,8$. Если это условие не выполняется, необходимо изменить диаметр вала и повторить проверочный расчет.
- Числовые данные приведены в таблице 3

Таблица 3. Исходные данные к задаче 3

№ варианта	N , кВт	n_0 , об/мин	Сталь марки	Критерий прочности	γ	a , м	D_1 , м	D_2 , м	Состояние/обработка поверхности
1	10	1000	10	С-В	0,5	1,1	0,35	0,20	шлифование
2	20	1200	20	Г-М	0,6	0,7	0,40	0,25	полированная
3	15	1500	30	С-В	0,7	1,3	0,20	0,30	шлифованная
4	14	1300	35	Г-М	0,8	0,8	0,25	0,35	обработанная резцом;
5	16	1400	40	С-В	1,2	0,9	0,35	0,40	поверхность с мелкой насечкой;
6	12	1100	45	Г-М	1,4	1,4	0,30	0,45	необработанная после прокатки;
7	18	1000	50	С-В	1,5	1,0	0,40	0,35	корродированная поверхность
8	20	1100	60	Г-М	1,6	1,1	0,45	0,25	шлифование
9	10	1200	20Х	С-В	0,6	1,2	0,20	0,20	полированная
10	17	1300	40Х	Г-М	0,8	1,6	0,30	0,30	шлифованная
11	15	1400	40ХН	С-В	0,5	1,7	0,25	0,4	обработанная резцом;
12	13	1500	50ХФ	Г-М	1,0	1,2	0,35	0,20	поверхность с мелкой насечкой;
13	18	1600	12ХН3А	С-В	1,5	1,4	0,30	0,25	необработанная после прокатки;
14	14	1000	20ХН3А	Г-М	1,4	1,6	0,35	0,30	корродированная поверхность
15	20	1100	25ХНВА	С-В	1,2	1,3	0,45	0,45	шлифование
16	14	1200	10	Г-М	0,5	1,5	0,20	0,20	полированная
17	16	1300	20	С-В	0,6	1,2	0,25	0,25	шлифованная
18	10	1400	30	Г-М	1,4	1,0	0,30	0,30	обработанная резцом;
19	20	1500	35	С-В	1,2	1,6	0,35	0,35	поверхность с мелкой насечкой;
20	25	1600	40	Г-М	1,1	1,4	0,40	0,40	необработанная после прокатки;
21	15	1200	50	С-В	0,7	1,5	0,45	0,45	корродированная поверхность
22	22	1100	60	Г-М	0,8	1,3	0,35	0,35	шлифование
23	24	1200	20Х	С-В	0,6	1,2	0,25	0,25	полированная
24	17	1300	40Х	Г-М	0,9	1,1	0,20	0,20	шлифованная
25	19	1400	40ХН	С-В	1,4	1,0	0,30	0,30	обработанная резцом;
26	13	1200	50ХФ	Г-М	1,5	1,2	0,4	0,6	поверхность с мелкой насечкой;
27	17	1000	12ХН3А	С-В	0,5	1,6	0,20	0,25	необработанная после прокатки;
28	19	1700	20ХН3А	Г-М	0,6	1,4	0,25	0,30	корродированная поверхность
29	20	1600	25ХНВА	С-В	0,7	1,5	0,30	0,35	шлифование
30	25	1600	40	Г-М	1,1	1,4	0,40	0,40	шлифованная
31	10	1300	10	Г-М	0,8	1,3	0,35	0,40	полированная

Задача № 4. Расчет на прочность кругового толстостенного цилиндра

Открытый круговой толстостенный цилиндр нагружен внутренним давлением p_1 и/или внешним давлением p_2 . Для заданной расчетной схемы цилиндра требуется:

1. Привести уравнения равновесия в напряжениях и в перемещениях для осесимметричной задачи теории упругости, общее решение задачи в перемещениях и напряжениях.
2. Для заданной схемы нагружения толстостенного цилиндра записать граничные условия и решить краевую задачу: определить постоянные интегрирования и выписать решение задачи через параметр давления p .
3. По заданному критерию прочности определить допускаемое значение параметра $[p]$.
4. Для найденного значения давления $[p]$ построить эпюры радиальных и окружных напряжений σ_r , σ_θ и радиальных перемещений $u(r)$.
5. В окрестности опасной точке цилиндра выделить элементарный объем, указать действующие на его гранях напряжения.
6. *Факультативно.* Определить, как изменятся напряжения, если цилиндр изготовить составным с промежуточным диаметром $r_c = \frac{r_1+r_2}{2}$ и натягом Δ

Указания:

- Принять $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0,3$.
- Данные к задаче 4 приведены в таблице 4

Таблица 4. Данные к задаче №4

№ варианта	r_1 , см	r_2 , см	p_1	p_2	$[\sigma]$, МПа	Критерий прочности	Δ , мм
1	4	10	p	$2p$	100	Мизеса	0,5
2	5	11	$2p$	p	120	Сен-Венана	0,7
3	6	12	$3p$	0	140	Мизеса	0,8
4	5	10	p	$3p$	150	Сен-Венана	0,9
5	4	12	$0.5p$	p	160	Мизеса	1,0
6	6	11	p	$0.5p$	170	Сен-Венана	1,1
7	5	11	$2p$	$3p$	180	Мизеса	1,2
8	6	12	$3p$	0	190	Сен-Венана	1,3
9	5	12	$1.5p$	p	140	Мизеса	0,4
10	7	10	p	$1.5p$	120	Сен-Венана	0,5
11	4	11	$1.2p$	p	130	Мизеса	0,7
12	5	12	p	$1.2p$	140	Сен-Венана	0,8
13	6	12	$2.5p$	p	150	Мизеса	0,9
14	5	10	p	$2.5p$	160	Сен-Венана	1,0
15	6	11	$2p$	$2.5p$	170	Мизеса	1,1
16	4	12	0	$2p$	180	Сен-Венана	1,2
17	5	10	$1.3p$	p	190	Мизеса	1,3
18	6	11	0	$1.3p$	200	Сен-Венана	0,4
19	5	12	$1.2p$	$2p$	150	Мизеса	0,5
20	4	10	$2p$	0	130	Сен-Венана	0,7
21	4	11	$2p$	$2.5p$	140	Мизеса	0,8
22	5	12	$2.5p$	$2p$	150	Сен-Венана	0,9
23	6	10	$1.5p$	$2p$	160	Мизеса	1,0
24	5	11	$2p$	$1.5p$	170	Сен-Венана	1,1
25	4	12	0	p	180	Мизеса	1,2
26	4	10	p	$1.5p$	100	Сен-Венана	0,5
27	5	11	$2p$	p	120	Мизеса	0,7
28	6	12	$3p$	$1.2p$	140	Сен-Венана	0,8
29	5	10	p	p	150	Мизеса	0,9
30	4	12	$0.5p$	$2.5p$	160	Сен-Венана	1,0
31	6	11	p	$2.5p$	170	Мизеса	1,1

Задача № 5. Расчет тонкостенных оболочек вращения по безмоментной теории

Тонкостенный резервуар с толщиной стенок h заполнен жидкостью плотностью ρ и нагружен давлением газа p_0 . Для заданной расчетной схемы резервуара требуется:

1. Используя безмоментную теорию для оболочек вращения, построить эпюры меридиональных и окружных напряжений по участкам.
2. По заданному критерию прочности определить толщину стенки резервуара.

Указание:

- Данные к задаче 5 приведены в таблице 5

Таблица 5. Данные к задаче №5

№ варианта	a , м	b , м	R , м	z_0 , м	ρ , кг/м ³	p_0 , МПа	$[\sigma]$, МПа	Критерий прочности
1	2.0	1.0	3.0	1.0	1000	0.16	120	Сен-Венана
2	3.0	0.9	3.0	1.1	900	0.18	140	Мизеса
3	2.5	0.8	3.0	1.2	1100	0.20	150	Сен-Венана
4	2.2	1.1	3.0	1.3	800	0.22	160	Мизеса
5	2.4	1.0	3.0	1.4	700	0.25	170	Сен-Венана
6	2.6	1.1	3.0	1.5	540	0.30	180	Мизеса
7	2.8	0.9	3.0	1.6	570	0.35	120	Сен-Венана
8	3.0	1.0	3.0	1.7	600	0.40	140	Мизеса
9	1.8	1.1	3.0	1.8	700	1.20	150	Сен-Венана
10	2.0	1.2	3.0	1.9	820	1.40	160	Мизеса
11	2.1	0.9	4.0	2.0	1200	1.60	170	Сен-Венана
12	2.2	0.8	3.0	1.0	1050	0.32	180	Мизеса
13	2.3	1.0	3.0	1.1	1300	1.10	120	Сен-Венана
14	2.4	1.1	3.0	1.2	980	1.50	140	Мизеса
15	2.5	1.0	3.0	1.3	950	0.22	150	Сен-Венана
16	2.6	1.1	3.0	1.4	1000	0.45	160	Мизеса
17	2.7	1.2	3.0	1.5	900	0.16	170	Сен-Венана
18	2.8	0.9	3.0	1.6	1100	0.18	180	Мизеса
19	2.9	1.1	3.0	1.7	800	0.20	120	Сен-Венана
20	3.0	1.2	3.0	1.8	700	0.22	140	Мизеса
21	2.1	1.0	4.0	1.9	540	0.25	150	Сен-Венана
22	2.2	1.1	3.0	2.0	570	0.30	160	Мизеса
23	2.3	1.2	3.0	1.0	600	0.35	170	Сен-Венана
24	2.4	1.1	3.0	1.1	700	0.40	180	Мизеса
25	2.5	1.0	3.0	1.3	820	1.20	150	Сен-Венана
26	1.8	1.1	3.0	1.8	1000	0.16	140	Мизеса
27	2.0	1.2	3.0	1.9	900	0.18	150	Сен-Венана
28	2.1	0.9	4.0	2.0	1100	0.20	160	Мизеса
29	2.2	0.8	3.0	1.0	800	0.22	170	Сен-Венана
30	2.3	1.0	3.0	1.1	700	0.25	180	Мизеса
31	2.4	1.1	3.0	1.3	540	0.30	150	Сен-Венана

Задача № 6. Расчет круговой цилиндрической оболочки при осесимметричной нагрузке

Для заданной расчетной схемы круговой цилиндрической оболочки требуется:

1. Привести уравнение осесимметричной изгибной деформации оболочки и решение типа краевого эффекта для прогибов, углов поворотов сечений оболочки, изгибающих моментов и поперечных сил. Для заданной расчетной схемы стальной оболочки оценить длину зоны краевого эффекта $x_{кЭ} \approx \lambda \approx 2.5\sqrt{Rh}$.
2. Записать граничные условия и определить постоянные интегрирования аналитически или численно.
3. Аналитически или численно получить решение для прогиба и изгибающих моментов и построить соответствующие эпюры $w(x)$, $M_x(x)$ в области краевого эффекта $0 \leq x \leq x_{кЭ}$.
4. Проверить прочность оболочки по критерию Сен-Венана.

Указания:

- Материал -сталь: $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0,3$
- При проверке прочности принять $[\sigma] = 160$ МПа. В окрестности расчетной точки опасного сечения оболочки выделить элементарный объем и указать действующие на его гранях напряжения.
- Данные к задаче 6 приведены в таблице 6.

Таблица 6. Данные к задаче №6

№ варианта	p_0 , кПа	q , кН/м	a , см	R , см	h , мм	Δ , мм
1	30	2,1	35	60	4	0,5
2	40	2,2	45	70	5	0,4
3	50	2,3	50	80	6	0,3
4	45	2,4	35	65	7	0,4
5	50	2,5	30	75	8	0,6
6	30	2,6	50	55	4	0,3
7	40	2,3	40	60	5	0,6
8	50	2,4	50	50	6	0,4
9	45	2,5	60	70	7	0,8
10	30	2,6	50	80	8	0,5
11	35	2,7	40	55	4	0,7
12	40	2,5	50	65	5	0,3
13	45	2,8	40	60	6	0,5
14	50	2,7	50	80	7	0,4
15	30	2,6	35	70	8	0,6
16	40	2,3	30	60	4	0,8
17	50	2,5	45	50	5	0,7
18	45	2,4	50	70	6	0,2
19	35	2,8	65	50	7	0,3
20	40	2,7	70	60	8	0,5
21	50	2,3	60	55	6	0,6
22	30	2,5	70	65	7	0,8
23	40	2,6	50	60	4	0,7
24	50	2,8	60	50	5	0,5
25	35	2,9	75	75	6	0,6
26	40	2,7	70	60	8	0,5
27	50	2,3	60	55	6	0,6
28	30	2,5	70	65	7	0,8
29	40	2,6	50	60	4	0,7
30	50	2,8	60	50	5	0,5
31	35	2,9	75	75	6	0,6

Задача № 7. Критические скорости вращения вала

Трансмиссионный вал, спроектированный в задаче №3 вращается с постоянной частотой вращения. На вал посажены диски массами m_1, m_2 с эксцентриситетами ε_1 и ε_2 , лежащими в одной плоскости. Для заданной расчетной схемы вала требуется:

1. Рассматривая вал с дисками как систему с двумя степенями свободы, записать уравнения малых вынужденных колебаний вала.
2. Вычислить частоты собственных колебаний ω_1, ω_2 и соответствующие им критические скорости вращения вала n_1, n_2 .
3. Вычислить амплитуды смещений дисков вращающегося вала при рабочем числе оборотов n_0 и амплитудные значения динамических нормальных напряжений в сечениях вала.
4. Построить и проанализировать амплитудно-частотные характеристики системы.

Указания:

- Массы дисков вычислить, считая толщину дисков равную 10% от диаметра диска, диски сплошные и изготовлены из стали с плотностью $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$
- Рабочее число оборотов взять из задачи №3
- Данные к задаче 7 приведены в таблице **7Ошибка! Источник ссылки не найден..**

Таблица 7. Данные к задаче №7

№ варианта	ε_1 , мм	ε_2 , мм
1	0,15	0,4
2	0,2	0,3
3	0,4	0,35
4	0,3	0,4
5	0,4	0,35
6	0,4	0,2
7	0,3	0,3
8	0,2	0,2
9	0,3	0,1
10	0,25	0,4
11	0,15	0,45
12	0,35	0,2
13	0,5	0,1
14	0,2	0,3
15	0,1	0,4
16	0,3	0,2
17	0,35	0,45
18	0,2	0,4
19	0,5	0,3
20	0,35	0,2
21	0,3	0,35
22	0,25	0,2
23	0,3	0,1
24	0,2	0,2
25	0,15	0,4
26	0,35	0,2
27	0,3	0,35
28	0,25	0,2
29	0,3	0,1
30	0,2	0,2
31	0,15	0,4

Задача № 8. Расчет балки на упругом основании

Балка, нагруженная внешней нагрузкой q , P , t лежит на упругом основании с заданным коэффициентом упругой податливости основания c_0 . Для заданной расчетной схемы требуется:

1. Записать геометрические характеристики поперечного сечения балки в виде заданного стандартного прокатного профиля, определить коэффициент упругости основания $c = c_0 b$, волновое число k , длину поперечной волны краевого эффекта λ и построить решение задачи об изгибе балки типа краевого эффекта или по методу начальных параметров с использованием функций А.Н. Крылова (b – ширина балки, опирающейся на упругое основание).
2. Записать граничные условия и определить постоянные интегрирования или неизвестные начальные параметры.
3. Построить эпюры прогиба $v(z)$, угла поворота $\varphi(z)$, изгибающего момента $M_x(z)$ и поперечной силы $Q_y(z)$.
4. Определить допустимое значение параметра внешней нагрузки q из условия прочности и условия жесткости.

Указания:

- Для полубесконечных и бесконечных балок решения строить в пределах длины волны 2λ краевого эффекта
- Данные к задаче 8 приведены в таблице 8.

Таблица 8. Данные к задаче №8

№ варианта	c_0 , МН/м ³	$[\sigma]$, МПа	$[f/a]$	a, м	Прокатный профиль
1	10	200	0,01	1,8	Швеллер №12
2	15	240	0,02	1,7	Швеллер № 5
3	20	190	0,03	1,6	Швеллер № 6,5
4	30	180	0,04	1,5	Швеллер № 8
5	35	150	0,05	1,4	Швеллер №10
6	40	170	0,06	1,8	Швеллер №14
7	45	160	0,07	1,7	Швеллер №14а
8	50	220	0,08	1,6	Швеллер №16
9	55	200	0,01	1,5	Швеллер №16а
10	60	210	0,02	1,4	Швеллер №18
11	65	190	0,03	1,0	Швеллер №18а
12	70	180	0,04	2,0	Двутавр №20Б1
13	80	170	0,05	2,1	Двутавр №20Б2
14	85	160	0,06	2,2	Двутавр №25Б1
15	90	150	0,07	1,4	Двутавр №14Б1
16	75	200	0,08	1,4	Двутавр №10Б1
17	95	190	0,02	1,8	Двутавр №12Б1
18	100	180	0,03	1,7	Двутавр №14Б1
19	110	170	0,01	1,6	Двутавр №16Б1
20	105	160	0,02	1,5	Двутавр №18Б1
21	115	210	0,03	1,4	Двутавр №18Б2
22	120	200	0,04	1,0	Двутавр №20Б1
23	125	180	0,05	2,0	Двутавр №20Б2
24	130	160	0,06	2,2	Двутавр №25Б1
25	100	150	0,07	2,1	Двутавр №25Б2
26	105	160	0,02	1,5	Двутавр №35Б1
27	115	210	0,03	1,4	Двутавр №35Б2
28	120	200	0,04	1,0	Двутавр №40Б1
29	125	180	0,05	2,0	Двутавр №20Б2
30	130	160	0,06	2,2	Двутавр №30Б1
31	100	150	0,07	2,1	Двутавр №30Б2

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература:

1. Ицкович, Г. М. Сопротивление материалов. Руководство к решению задач. Часть 1: учебное пособие для академического бакалавриата по инженерно-техническим направлениям / Г. М. Ицкович, Л. С. Минин, А. И. Винокуров ; ред. Л. С. Минин . – 4-е изд., испр. и доп . – М. : Юрайт, 2018 . – 318 с. – (Бакалавр. Академический курс) . - ISBN 978-5-534-05124-7 .
2. Ицкович, Г. М. Сопротивление материалов. Руководство к решению задач. Часть 2 : учебное пособие для академического бакалавриата по инженерно-техническим направлениям / Г. М. Ицкович, Л. С. Минин, А. И. Винокуров ; ред. Л. С. Минин . – 4-е изд., испр. и доп . – М. : Юрайт, 2018 . – 282 с. – (Бакалавр. Академический курс) . - ISBN 978-5-534-05126-1 .
3. Хроматов В. Е. Лекции по сопротивлению материалов в структурно-логических схемах: учебное пособие / В. Е. Хроматов, О. В. Новикова – М.: Издательский дом МЭИ, 2017. – 260 с. - ISBN 978-5-383-01076-1
4. Минин, Л. С. Сопротивление материалов. Расчетные и тестовые задания: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по инженерно-техническим направлениям / Л. С. Минин, Ю. П. Самсонов, В. Е. Хроматов ; ред. В. Е. Хроматов . – 3-е изд., перераб. и доп . – Москва : Юрайт, 2022 . – 213 с. – (Высшее образование) . - На обл. серия: Бакалавр. академический курс . - ISBN 978-5-534-08416-0 .

Дополнительная литература:

5. Хроматов В. Е. Прочность, устойчивость, колебания элементов машиностроительных конструкций. / В.Е. Хроматов, О.В. Новикова, Е.В. Позняк, А.В. Бесова, Т. Н. Комиссарова. – М.: Издательство МЭИ, 2019. - 87 с.
6. Позняк Е.В. Статические и динамические расчеты элементов энергомашиностроительных конструкций в примерах: учебное пособие/ Е.В. Позняк, В.П. Радин, О.В. Новикова, В.Е. Хроматов, Н.Л. Стрельникова, С.И. Коломенский, О.А. Бабин, А.Н. Серветник, А.В. Сальников М.: Издательство МЭИ, 2017.
7. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов: учебник для втузов / В. И. Феодосьев ; – – 10-е изд., перераб. и доп . – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000 . – 592 с. – (Механика в техническом университете ; Т.2) . - ISBN 5-7038-1453-6

8. Механика материалов и конструкций: Сборник задач: Учебное пособие для вузов по направлениям подготовки дипломированных специалистов "Энергомашиностроение", "Машиностроительные технологии и оборудование", "Материаловедение, технологии материалов и покрытий", и др / Ю. А. Окопный, и др. ; Ред. В. П. Чирков . – М. : Машиностроение, 2004 . – 416 с. - ISBN 5-217-03218-9 .
9. Механика материалов и конструкций. Основные формулы. Контрольные вопросы и задачи. Основоположники механики. [посвящ. 65-летию ЭнМИ ТУ МЭИ] : учебное пособие по курсу "Механика материалов и конструкций" по направлению "Энергомашиностроение" / Ю. А. Окопный, В. П. Радин, В. Е. Хроматов, В. П. Чирков, Моск. энерг. ин-т (МЭИ ТУ) . – М. : Издательский дом МЭИ, 2008 . – 276 с. - ISBN 978-5-383-00190-5 .
10. Информационные технологии в инженерных расчетах: SMath и Python : учебное пособие [для вузов] / В. Ф. Очков, К. А. Орлов, Ю. В. Чудова, [и др.] . – Санкт-Петербург : Лань, 2023 . – 212 с. - Авторы указаны перед выпускными данными . - ISBN 978-5-507-45821-9 .
11. Алексеев, Е. Р. Введение в Octave : курс лекций . – 2-е изд., испр . – Москва : Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 . – 487 с. : ил. – Режим доступа: электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE», требуется авторизация . - Библиогр. в кн .
12. Ерин, С. В. Автоматизация инженерных расчетов с использованием пакета Scilab: практическое пособие / С. В. Ерин, Ю. Л. Николаев . – М. : Русайнс, 2018 . – 183 с. - ISBN 978-5-4365-1555-7 .

ПРИЛОЖЕНИЕ А. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

1. Напряженно-деформированное состояние в точке

1.1 Обобщенный закон Гука:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y - \mu\sigma_z), & \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}, \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x - \mu\sigma_z), & \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G}, \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E}(\sigma_z - \mu\sigma_x - \mu\sigma_y), & \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G}.\end{aligned}$$

1.2 Удельная потенциальная энергия упругой деформации элементарного объема в окрестности точки:

$$\Phi = \frac{1}{2E}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - 2\mu(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x)) + \frac{1}{2G}(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2).$$

1.3. Главные напряжения $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$) – нормальные напряжения на площадках, на которых отсутствуют касательные напряжения (называемых *главными площадками*), Нормальные напряжения на главных площадках принимают экстремальные значения; они определяются как корни характеристического уравнения:

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0,$$

или в развернутом виде $\sigma^3 - J_1\sigma^2 + J_2\sigma - J_3 = 0$, где $J_{1,2,3}$ – инварианты тензора напряжений – величины, не зависящие от выбора системы координат:

$$\begin{aligned}J_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z; \\ J_2 &= \sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2); \\ J_3 &= \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{xz}\tau_{yz} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{xz}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2.\end{aligned}$$

В главных осях:

$$\hat{J}_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3; \hat{J}_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3; \hat{J}_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3.$$

Положение главных площадок, на которых действуют главные напряжения, определяется следующим образом: найденное значение одного из главных напряжений σ_i ($i = 1, 2, 3$) подставляется в систему уравнений

$$\begin{aligned}(\sigma_x - \sigma_i)l_i + \tau_{xy}m_i + \tau_{xz}n_i &= 0; \\ \tau_{yx}l_i + (\sigma_y - \sigma_i)m_i + \tau_{yz}n_i &= 0; \\ \tau_{zx}l_i + \tau_{zy}m_i + (\sigma_z - \sigma_i)n_i &= 0.\end{aligned}$$

Совместное решение любых двух уравнений этой системы с использованием условия нормировки

$$l_i^2 + m_i^2 + n_i^2 = 1$$

позволяет найти значения направляющих косинусов l_i, m_i, n_i .

Экстремальные касательные напряжения находятся по формуле

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$$

Площадки, на которых действуют экстремальные касательные напряжения, расположены под углом 45° к главным площадкам с напряжениями σ_1 и σ_3 .

Удельная потенциальная энергия равна

$$\Phi = \frac{1}{2E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)).$$

2. Осесимметричная задача теории упругости для толстостенных цилиндров и дисков

Уравнение равновесия в перемещениях:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = -\rho\omega^2 r \frac{(1-\nu^2)}{E}$$

Решение для перемещений:

$$u(r) = C_1 r + C_2 \frac{1}{r} - \frac{\rho\omega^2 r^3 (1-\nu^2)}{8E}$$

Решение для напряжений:

$$\sigma_r = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left[C_1(1+\nu) - C_2 \frac{(1-\nu)}{r^2} \right] - \frac{\rho\omega^2 r^2 (3+\nu)}{8}$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left[C_1(1+\nu) + C_2 \frac{(1-\nu)}{r^2} \right] - \frac{\rho\omega^2 r^2 (1+3\nu)}{8}$$

C_1, C_2 – постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий.

Частные случаи решения задачи:

2.1. Вращающийся ненагруженный диск с отверстием.

Граничные условия: $\sigma_r(r_1) = 0, \sigma_r(r_2) = 0$.

$$u(r) = \frac{(1-\nu^2)\rho\omega^2}{E} \frac{(3+\nu)}{8} \left(\frac{r_1^2 + r_2^2}{(1+\nu)} r + \frac{(3+\nu)r_1^2 r_2^2}{(1-\nu)r} - r^3 \right);$$

$$\sigma_r = \frac{(3+\nu)\rho\omega^2}{8} \left(r_1^2 + r_2^2 - \frac{r_1^2 r_2^2}{r^2} - r^2 \right);$$

$$\sigma_\theta = \frac{(3+\nu)\rho\omega^2}{8} \left(r_1^2 + r_2^2 + \frac{r_1^2 r_2^2}{r^2} - \frac{(1+3\nu)}{(3+\nu)} r^2 \right).$$

2.2. Сплошной вращающийся диск радиуса R .

Граничные условия: $\sigma_r(0) < \infty \Rightarrow C_2 = 0; \sigma_r(R) = 0$.

$$u(r) = \frac{\rho\omega^2(1-\nu^2)}{8E} \left(\frac{(3+\nu)}{(1+\nu)} R^2 r - r^3 \right);$$

$$\sigma_r = \frac{(3+\nu)\rho\omega^2}{8} (R^2 - r^2);$$

$$\sigma_\theta = \frac{(3+\nu)\rho\omega^2}{8} \left(R^2 - \frac{(1+3\nu)}{(3+\nu)} r^2 \right).$$

2.3. Невращающийся цилиндр, нагруженный наружным и внутренним сжимающим давлением.

$\omega = 0$, граничные условия: $\sigma_r(r_1) = -p_1, \sigma_r(r_2) = -p_2$.

$$u(r) = \frac{(1-\nu)}{E} \frac{(p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2)}{(r_2^2 - r_1^2)} r + \frac{(1+\nu)}{E} \frac{(p_1 - p_2) r_1^2 r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2)} \frac{1}{r};$$

$$\sigma_{r,\theta} = \frac{(p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2)}{(r_2^2 - r_1^2)} \mp \frac{(p_1 - p_2) r_1^2 r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2)} \frac{1}{r^2}.$$

Осевые напряжения для закрытого цилиндра: $\sigma_z = \frac{(p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2)}{(r_2^2 - r_1^2)}$.

2.4. Невращающийся диск с жестким закреплением внутренней поверхности и нагруженный внешним растягивающим давлением p : $\omega = 0$, граничные условия:

$u(r_1) = 0, \sigma_r(r_2) = p$.

$$u(r) = \frac{(1-\nu^2)}{E} \frac{p r_2^2}{(1+\nu)r_2^2 + (1-\nu)r_1^2} \left(r - \frac{r_1^2}{r} \right); \quad \sigma_{r,\theta} = \frac{p r_2^2}{(1+\nu)r_2^2 + (1-\nu)r_1^2} \left((1+\nu) \pm \frac{r_1^2}{r^2} (1-\nu) \right).$$

3. Безмоментная деформация оболочек, содержащих жидкость и избыточное газовое давление

Уравнение Лапласа: $\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_\theta}{\rho_\theta} = \frac{p}{h}$.

3.1. Сегмент сферической оболочки.

$$V_{cez} = \pi z^2 \left(R - \frac{z}{3} \right), \quad \sigma_{m,\theta} = \frac{\gamma R}{2h} \left((H - z) \pm \frac{z(3R-z)}{3(2R-z)} \right).$$

3.2. Коническая оболочка.

$$\sigma_m = \frac{\gamma z \left(H - \frac{2}{3}z \right) \operatorname{tg} \alpha}{2h \cos \alpha}, \quad \sigma_\theta = \frac{\gamma z (H-z) \operatorname{tg} \alpha}{h \cos \alpha}.$$

H – приведенная высота столба жидкости: $H = \left(H_0 + \frac{p_0}{\gamma} \right)$,

где H_0 – высота столба жидкости, p_0 – избыточное газовое давление.

4. Осесимметричная деформация цилиндрической оболочки.

Уравнение равновесия цилиндрической оболочки в перемещениях:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{Eh}{R^2} w = \left(p - \nu \frac{N_x}{R} \right).$$

Решение типа краевого эффект:

$$w(x) = w_0(x) + w_*(x) = C_1 e^{-kx} \cos kx + C_2 e^{-kx} \sin kx + w_*(x),$$

$$k = \left(\frac{Eh}{4DR^2} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \quad w_*(x) = \frac{R^2}{Eh} \left(p(x) - \nu \frac{N_x}{R} \right),$$

$$\phi = \frac{dw}{dx} = \frac{dw_*}{dx} - k e^{-kx} \left((C_1 - C_2) \cos kx + (C_1 + C_2) \sin kx \right),$$

$$M_x = D \frac{d^2 w}{dx^2} = D \left(\frac{d^2 w_*}{dx^2} + 2k^2 e^{-kx} (C_1 \sin kx - C_2 \cos kx) \right),$$

$$Q = \frac{dM_x}{dx} = D \frac{d^3 w}{dx^3} = D \left(\frac{d^3 w_*}{dx^3} + 2k^3 e^{-kx} \left((C_1 + C_2) \cos kx - (C_1 - C_2) \sin kx \right) \right),$$

$$M_y = \nu M_x, \quad N_y = \nu N_x + \frac{Eh}{R} w(x), \quad \sigma_x = \frac{N_x}{h} \pm \frac{6M_x}{h^2}, \quad \sigma_y = \frac{N_y}{h} \pm \frac{6M_y}{h^2}.$$

5. Собственные частоты и формы изгибных колебаний вала как системы с двумя степенями свободы

$$\omega_{1,2} = \left[\frac{f_{11}m_1 + f_{22}m_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{f_{11}m_1 - f_{22}m_2}{2} \right)^2 + f_{12}f_{21}m_1m_2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$f_{11} = \int_0^l \frac{\bar{M}_1^2(z)}{EJ_x} dz, \quad f_{22} = \int_0^l \frac{\bar{M}_2^2(z)}{EJ_x} dz, \quad f_{12} = f_{21} = \int_0^l \frac{\bar{M}_1(z)\bar{M}_2(z)}{EJ_x} dz.$$

Компоненты собственных форм колебаний по первой собственной частоте ω_1 :

$$\frac{v_{21}}{v_{11}} = \frac{1 - \omega_1^2 m_1 f_{11}}{\omega_1^2 m_2 f_{12}},$$

по второй собственной частоте ω_2 : $\frac{v_{22}}{v_{12}} = \frac{1 - \omega_2^2 m_1 f_{11}}{\omega_2^2 m_2 f_{12}}$.

6. Изгиб балок на упругом основании

Дифференциальное уравнение изгиба балки с постоянной жесткостью поперечного сечения, лежащей на упругом основании винклера типа с постоянным коэффициентом отпора k_0 :

$$\frac{d^4 w}{dz^4} + 4k^4 w = \frac{q(z)}{EI_x}$$

6.1 Решение типа краевого эффекта.

$$w(z) = w_0(z) + w_*(z) = e^{-kz}(C_1 \cos kz + C_2 \sin kz) + w_*(z),$$

$$k = \sqrt[4]{k_0 / 4EI_x}, w_*(z) = \frac{q(z)}{k_0}$$

$$\phi = \frac{dw}{dz} = \frac{dw_*}{dz} - k e^{-kz}((C_1 - C_2) \cos kz + (C_1 + C_2) \sin kz),$$

$$M_x = EI \frac{d^2 w}{dz^2} = EI \left(\frac{d^2 w_*}{dz^2} + 2k^2 e^{-kz}(C_1 \sin kz - C_2 \cos kz) \right),$$

$$Q = \frac{dM_x}{dz} = EI \frac{d^3 w}{dz^3} = EI \left(\frac{d^3 w_*}{dz^3} + 2k^3 e^{-kz}((C_1 + C_2) \cos kz - (C_1 - C_2) \sin kz) \right)$$

6.2 Функции А.Н. Крылова.

$$V_1(\xi) = \operatorname{ch} \xi \cos \xi$$

$$V_2(\xi) = (\operatorname{ch} \xi \sin \xi + \operatorname{sh} \xi \cos \xi) / 2$$

$$V_3(\xi) = (\operatorname{sh} \xi \sin \xi) / 2$$

$$V_4(\xi) = (\operatorname{ch} \xi \sin \xi - \operatorname{sh} \xi \cos \xi) / 4,$$

где $\xi = kz$ - безразмерный аргумент.

Таблица А.1 Матрица коэффициентов метода начальных параметров

$\Phi(\xi) =$

V_1	V_2 / k	$V_3 / k^2 EJ$	$V_4 / k^3 EJ$	$(1 - V_1) / 4k^4 EJ$
$-4kV_4$	V_1	$V_2 / k EJ$	$V_3 / k^2 EJ$	$V_4 / k^3 EJ$
$-4k^2 EJ V_3$	$-4k EJ V_4$	V_1	V_2 / k	V_3 / k^2
$-4k^3 EJ V_2$	$-4k^2 EJ V_3$	$-4kV_4$	V_1	V_2 / k

ПРИЛОЖЕНИЕ Б. СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Таблица Б.1. Механические характеристики стали

Марка стали	σ_B , МПа	σ_T , МПа	Изгиб, МПа		Растяжение, МПа		Кручение, МПа		
			σ_{-1}	σ_0	σ_{-1}	σ_0	τ_T	τ_{-1}	τ_0
10	340	210	160	210	120	170	125	80	100
20	420	250	170	250	120	210	120	100	130
30	500	300	200	300	170	250	185	110	150
35	540	320	220	320	170	270	195	130	160
40	580	340	230	340	180	290	210	140	170
45	780	540	250	370	190	300	290	150	185
50	640	380	270	380	200	320	240	160	190
60	690	410	310	410	220	340	250	180	210
20X	720	450	310	430	240	336	240	170	200
40X	790	650	350	600	240	336	380	210	300
40ХН	1000	800	460	736	310	450	450	230	320
50ХФ	1150	900	470	660	310	450	480	230	330
12ХН3А	950	700	450	650	270	380	400	220	320
20ХН3А	970	850	460	700	270	380	510	240	340
25ХНВА	1100	950	500	750	310	460	570	280	390

Таблица Б.2. Эффективный коэффициент концентрации напряжений K_σ

Предел прочности σ_B , МПа	400	500	600	700	800	900	1000
K_σ	1,75	2,0	2,2	2,3	2,5	2,6	2,7

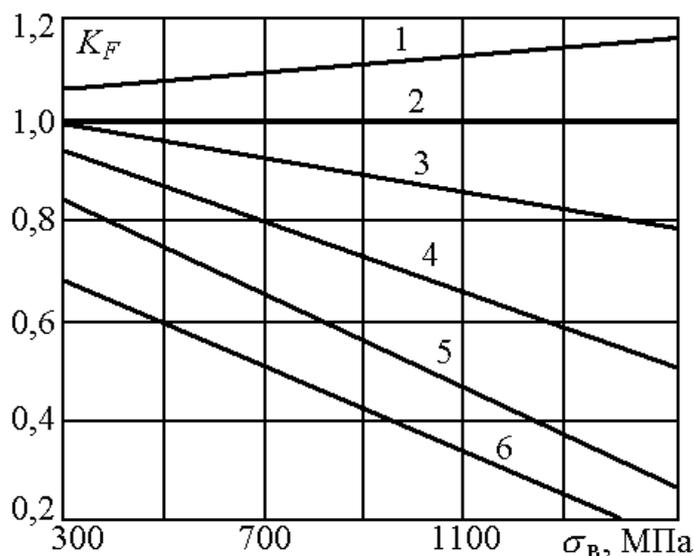


Рисунок Б.1. Коэффициент состояния поверхности K_F в зависимости от предела прочности σ_B

Кривые соответствуют следующим случаям обработки поверхности:

- 1 - полированная поверхности; 2 - шлифованная поверхности;
- 3 - поверхность, обработанная резцом; 4 - поверхность с мелкой насечкой; 5 - поверхность, необработанная после прокатки;
- 6 - поверхность, корродированная в пресной воде.

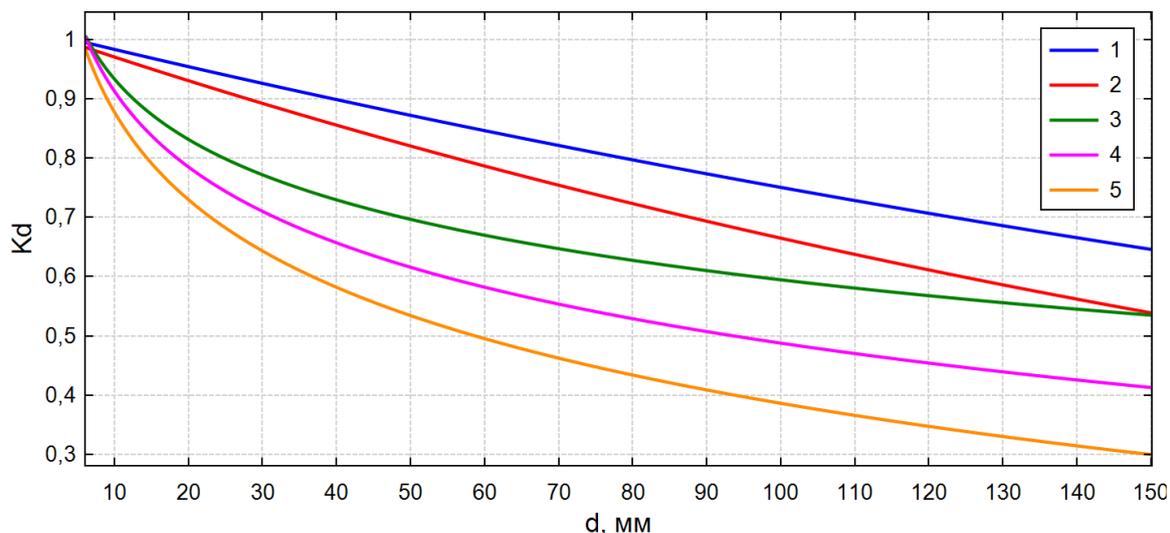


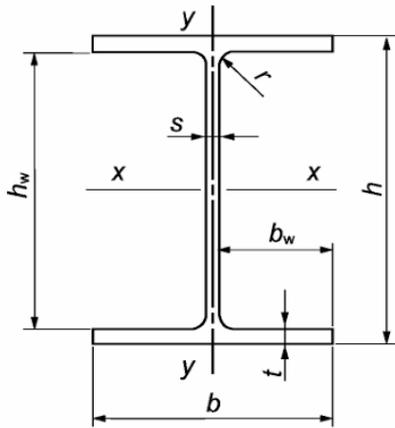
Рисунок Б.2. Масштабный коэффициент K_d в зависимости от диаметра детали

Кривые построены для следующих случаев:

- 1 - углеродистая сталь, полированный вал при отсутствии концентрации напряжений;
- 2 - углеродистая сталь, шлифованный вал при отсутствии концентраторов напряжений; 3 - легированная сталь при отсутствии концентрации напряжений, углеродистая сталь при умеренной концентрации напряжений; 4 - легированная сталь при умеренной концентрации напряжений; 5 - сталь при высокой концентрации напряжений

ПРИЛОЖЕНИЕ В. ТАБЛИЦЫ СОРТАМЕНТОВ ПРОКАТНЫХ ПРОФИЛЕЙ

Таблица В.1. Сталь горячекатаная. Балки двутавровые (ГОСТ 57837–2017)



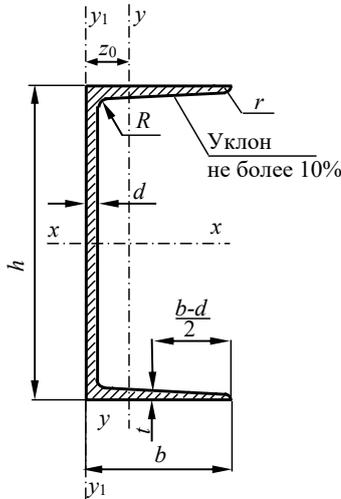
Обозначения:

- h – высота двутавра;
- h_w – высота стенки двутавра;
- b – ширина полки;
- b_w – свес полки;
- t – толщина полки;
- s – толщина стенки;
- r – радиус сопряжения;
- I_x, I_y – моменты инерции;
- W_x, W_y – моменты сопротивления;
- S_x, S_y – статические моменты полусечения;
- i_x, i_y – радиусы инерции

Номер профиля	Номинальные размеры, мм							Номинальная площадь поперечного сечения F_{pr} , см ²	Номинальная масса 1м двутавра, кг	Справочные величины для осей профиля							
	h	b	s	t	h_w	b_w	r			I_x , см ⁴	W_x , см ³	S_x , см ³	i_x , мм	I_y , см ⁴	W_y , см ³	S_y , см ³	i_y , мм
Тип Б — Балочные нормальные двутавры																	
10Б1	100,0	55,0	4,1	5,7	88,6	25,45	7,0	10,32	8,10	171,01	34,20	19,70	40,70	15,92	5,79	4,57	12,42
12Б1	117,6	64,0	3,8	5,1	107,4	30,10	7,0	11,03	8,70	257,36	43,80	24,94	48,30	22,39	7,00	5,49	14,25
12Б2	120,0	64,0	4,4	6,3	107,4	29,80	7,0	13,21	10,40	317,75	53,00	30,36	49,04	27,67	8,65	6,79	14,47
14Б1	137,4	73,0	3,8	5,6	126,2	34,60	7,0	13,39	10,50	434,86	63,30	35,80	56,98	36,42	9,98	7,76	16,49
14Б2	140,0	73,0	4,7	6,9	126,2	34,15	7,0	16,43	12,90	541,22	77,30	44,17	57,40	44,92	12,31	9,62	16,54
16Б1	157,0	82,0	4,0	5,9	145,2	39,00	9,0	16,18	12,70	689,28	87,80	49,55	65,27	54,43	13,27	10,35	18,34
16Б2	160,0	82,0	5,0	7,4	145,2	38,50	9,0	20,09	15,80	869,29	108,70	61,93	65,78	68,31	16,66	13,05	18,44
18Б1	177,0	91,0	4,3	6,5	164,0	43,35	9,0	19,58	15,40	1062,74	120,10	67,66	73,68	81,89	18,00	13,98	20,45
18Б2	180,0	91,0	5,3	8,0	164,0	42,85	9,0	23,95	18,80	1316,96	146,30	83,21	74,16	100,85	22,16	17,30	20,52
20Б0	198,0	99,0	4,5	7,0	184,0	47,25	11,0	23,18	18,20	1581,56	159,80	89,88	82,60	113,62	22,95	17,86	22,14
20Б1	200,0	100,0	5,5	8,0	184,0	47,25	11,0	27,16	21,30	1844,26	184,40	104,73	82,41	133,91	26,78	20,97	22,21
20Б2	203,0	101,0	6,5	9,5	184,0	47,25	11,0	32,19	25,30	2218,49	218,60	124,99	83,02	163,93	32,46	25,50	22,57
20Б3	208,0	102,0	8,0	12,0	184,0	47,00	11,0	40,24	31,60	2852,62	274,30	158,46	84,20	213,50	41,86	33,02	23,03
25Б1	248,0	124,0	5,0	8,0	232,0	59,50	12,0	32,68	25,70	3537,11	285,30	159,68	104,04	254,85	41,11	31,80	27,93
25Б2	250,0	125,0	6,0	9,0	232,0	59,50	12,0	37,66	29,60	4051,73	324,10	182,93	103,73	293,85	47,02	36,55	27,93
25Б3	255,0	126,0	7,5	11,5	232,0	59,25	12,0	47,62	37,40	5238,16	410,80	233,88	104,88	384,79	61,08	47,67	28,43
25Б4	260,0	127,0	9,0	14,0	232,0	59,00	12,0	57,68	45,30	6481,01	498,50	286,25	106,00	480,07	75,60	59,24	28,85
30Б1	298,0	149,0	5,5	8,0	282,0	71,75	13,0	40,80	32,00	6318,22	424,00	237,53	124,44	442,00	59,33	45,88	32,91
30Б2	300,0	150,0	6,5	9,0	282,0	71,75	13,0	46,78	36,70	7209,26	480,60	271,06	124,14	507,53	67,67	52,56	32,94
30Б3	305,0	151,0	8,0	11,5	282,0	71,50	13,0	58,74	46,10	9254,92	606,90	344,37	125,52	661,88	87,67	68,31	33,57
30Б4	310,0	152,0	9,5	14,0	282,0	71,25	13,0	70,80	55,60	11381,41	734,30	419,40	126,79	822,37	108,21	84,60	34,08
35Б1	346,0	174,0	6,0	9,0	328,0	84,00	14,0	52,68	41,40	11094,49	641,30	358,09	145,12	791,54	90,98	70,11	38,76

Номер профиля	Номинальные размеры, мм							Номинальная площадь поперечного сечения $F_{пр}$, см ²	Номинальная масса 1 м двутавра, кг	Справочные величины для осей профиля							
	h	b	s	t	h_w	b_w	r			I_x , см ⁴	W_x , см ³	S_x , см ³	i_x , мм	I_y , см ⁴	W_y , см ³	S_y , см ³	i_y , мм
35Б2	350,0	175,0	7,0	11,0	328,0	84,00	14,0	63,14	49,60	13559,01	774,80	433,96	146,54	984,34	112,50	86,79	39,48
35Б3	355,0	176,0	8,5	13,5	328,0	83,75	14,0	77,08	60,50	16797,02	946,30	533,54	147,62	1229,36	139,70	108,13	39,94
35Б4	361,0	177,0	10,0	16,5	328,0	83,50	14,0	92,89	72,90	20719,71	1147,90	651,07	149,35	1528,90	172,76	134,02	40,57
40Б1	396,0	199,0	7,0	11,0	374,0	96,00	16,0	72,16	56,60	20018,83	1011,10	563,93	166,56	1447,14	145,44	111,97	44,78
40Б2	400,0	200,0	8,0	13,0	374,0	96,00	16,0	84,12	66,00	23704,43	1185,20	663,13	167,87	1736,39	173,64	133,82	45,43
40Б3	406,0	201,0	9,5	16,0	374,0	95,75	16,0	102,05	80,10	29352,45	1445,90	813,38	169,60	2169,89	215,91	166,74	46,11
40Б4	412,0	202,0	11,0	19,0	374,0	95,50	16,0	120,10	94,30	35196,83	1708,60	966,65	171,19	2616,25	259,03	200,47	46,67
45Б1	446,0	199,0	8,0	12,0	422,0	95,50	18,0	84,30	66,20	28697,35	1286,90	725,06	184,50	1580,03	158,80	123,29	43,29
45Б2	450,0	200,0	9,0	14,0	422,0	95,50	18,0	96,76	76,00	33450,76	1486,70	839,53	185,93	1871,57	187,16	145,46	43,98
45Б3	456,0	201,0	10,5	17,0	422,0	95,25	18,0	115,43	90,60	40710,41	1785,50	1012,55	187,80	2307,62	229,61	178,81	44,71
45Б4	462,0	202,0	12,0	20,0	422,0	95,00	18,0	134,22	105,40	48197,42	2086,50	1188,75	189,50	2756,66	272,94	213,01	45,32
50Б1	492,0	199,0	8,8	12,0	468,0	95,10	20,0	92,38	72,50	36841,89	1497,60	853,45	199,70	1581,96	158,99	124,86	41,38
50Б2	496,0	199,0	9,0	14,0	468,0	95,00	20,0	101,27	79,50	41869,08	1688,30	957,23	203,33	1844,89	185,42	144,88	42,68
50Б3	500,0	200,0	10,0	16,0	468,0	95,00	20,0	114,23	89,70	47846,05	1913,80	1087,59	204,66	2140,79	214,08	167,48	43,29
50Б4	508,0	201,0	12,0	20,0	468,0	94,50	20,0	139,99	109,90	59953,57	2360,40	1348,82	206,94	2717,85	270,43	212,23	44,06
50Б5	516,0	202,0	15,0	24,0	468,0	93,50	20,0	170,59	133,90	73345,26	2842,80	1642,68	207,35	3315,53	328,27	260,04	44,09
55Б1	543,0	220,0	9,5	13,5	516,0	105,25	24,0	113,36	89,00	55677,42	2050,70	1164,94	221,62	2405,54	218,69	171,67	46,06
55Б2	547,0	220,0	10,0	15,5	516,0	105,00	24,0	124,74	97,90	62784,45	2295,60	1301,49	224,34	2761,34	251,03	196,56	47,05
55Б3	553,0	221,0	12,0	18,5	516,0	104,50	24,0	148,63	116,70	75321,22	2724,10	1554,49	225,11	3342,92	302,53	237,99	47,42
55Б4	560,0	222,0	14,0	22,0	516,0	104,00	24,0	174,86	137,30	89907,09	3211,00	1842,20	226,75	4032,07	363,25	286,76	48,02
60Б1	596,0	199,0	10,0	15,0	566,0	94,50	22,0	120,45	94,60	68715,90	2305,90	1325,36	238,85	1979,66	198,96	157,64	40,54
60Б2	600,0	200,0	11,0	17,0	566,0	94,50	22,0	134,41	105,50	77632,25	2587,70	1489,36	240,32	2278,16	227,82	180,72	41,17
60Б3	604,0	201,0	12,5	19,0	566,0	94,25	22,0	151,28	118,80	87472,10	2896,40	1675,38	240,46	2586,62	257,38	205,28	41,35
Номер профиля	Номинальные размеры, мм							Номинальная площадь поперечного сечения $F_{пр}$, см ²	Номинальная масса 1 м двутавра, кг	Справочные величины для осей профиля							
	h	b	s	t	h_w	b_w	r			I_x , см ⁴	W_x , см ³	S_x , см ³	i_x , мм	I_y , см ⁴	W_y , см ³	S_y , см ³	i_y , мм
60Б4	612,0	202,0	15,0	23,0	566,0	93,50	22,0	181,97	142,90	106509,50	3480,70	2026,68	241,93	3182,62	315,11	253,12	41,82
70Б1	691,0	260,0	12,0	15,5	660,0	124,00	24,0	164,74	129,30	125922,20	3644,60	2094,79	276,47	4557,35	350,57	276,64	52,60
70Б2	697,0	260,0	12,5	18,5	660,0	123,75	24,0	183,64	144,16	145904,02	4186,63	2392,68	281,87	5437,68	418,28	328,41	54,41
70Б3	702,0	261,0	14,5	21,0	660,0	123,25	24,0	210,26	165,10	167085,05	4760,30	2736,06	281,89	6248,49	478,81	378,10	54,51
70Б4	710,0	262,0	17,0	25,0	660,0	122,50	24,0	248,14	194,80	199679,98	5624,80	3249,28	283,67	7531,16	574,90	456,29	55,09

**Таблица В.2. Сталь горячекатаная.
Швеллеры (ГОСТ 8240–97)**



Обозначения:

- h – высота балки;
- b – ширина полки;
- d – толщина стенки;
- t – средняя толщина полки;
- R – радиус внутреннего закругления;
- J – момент инерции;
- W – момент сопротивления;
- S – статический момент полусечения;
- i – радиус инерции;
- r – радиус закругления полки;
- z_0 – расстояние от оси $y - y$ до наружной грани стенки

Номер балки	h , мм	b , мм	d , мм	t , мм	Площадь сечения, см ²	Масса 1 м, кг	J_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x , см ³	J_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см	z_0 , см
5	50	32	4,4	7	6,16	4,84	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	5,9	48,6	15	2,54	9	8,7	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	8,98	7,05	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	10,9	8,59	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	13,3	10,4	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	15,6	12,3	491	70,2	5,6	40,8	45,4	11	1,7	1,67
14а	140	62	4,9	8,7	17	13,3	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	160	64	5	8,4	18,1	14,2	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,8
16а	160	68	5	9	19,5	15,3	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2
18	180	70	5,1	9,7	20,7	16,3	1090	121	7,24	69,8	86	17	2,04	1,94
18а	180	74	5,1	9,3	22,2	17,4	1190	132	7,32	76,1	105	20	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9	23,4	18,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,2	2,07
20а	200	80	5,2	9,7	25,2	19,8	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	220	82	5,4	9,5	26,7	21	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22а	220	87	5,4	10	28,8	22,6	2330	212	8,99	121	187	30	2,55	2,46
24	240	90	5,6	10	30,6	24	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,6	2,42
24а	240	95	5,6	11	32,9	25,8	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,79	2,67
27	270	95	6	11	35,2	27,7	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11	40,5	31,8	5810	387	12	224	327	43,6	2,84	2,52
33	330	105	7	12	46,5	36,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	360	110	7,5	13	53,4	41,9	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,1	2,68
40	400	115	8	14	61,5	48,3	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

**ПРИЛОЖЕНИЕ Г. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА СЕМЕСТРА
2025-2026 УЧ. ГОДА**

Неделя	Тема лекции	Тема практического занятия	Выполнение КП/КР
1	Метод сил для расчета статически неопределимых систем	Расчет статически неопределимых балок	выдача задания
2	Определение перемещений в статически неопределимых системах, работающих на изгиб. Выбор рациональной основной системы	Расчет статически неопределимых балок.	
3	Напряженное состояние в точке. Тензор напряжений	Расчет статически неопределимых балок. Определение перемещений (Расчет балок на упругом основании (для групп С-06,12а,б,э))	
4	Тензор деформаций. Закон Гука	Контрольная работа: "Статически неопределимые системы"	1
5	Критерии прочности. Расчеты при сочетании изгиба с кручением	Напряженное состояние в точке	
6	Усталостное разрушение	Расчеты на выносливость	
7	Предел выносливости	Расчет вращающегося вала на выносливость	
8	Расчет толстостенных цилиндров и дисков	Контрольная работа «Напряженное состояние в точке. Расчеты на выносливость»	2,3
9	Расчет вращающихся дисков. Частные случаи решения осесимметричной задачи теории упругости	Расчет цилиндров давления. Расчет вращающихся дисков	
10	Безмоментная теория оболочек вращения	Безмоментная теория составных оболочек	
11	Расчет составных оболочек, заполненных жидкостью	Осесимметричная деформация цилиндрических оболочек	
12	Осесимметричная деформация цилиндрических оболочек	Контрольная работа: "Расчет цилиндров давления. Безмоментная теория оболочек. Цилиндрические оболочки"	
13	Блок-схема вывода уравнения равновесия цилиндрической оболочки. Его решение	Собственные колебания систем с конечным числом степеней свободы	4,5,6
14	Свободные колебания механических систем. Линейный осциллятор	Вынужденные колебания. Расчет вращающегося вала	
15	Вынужденные колебания механических систем. Вращающиеся валы	Контрольная работа: "Колебания"	
16	Коллоквиум. Прикладные вопросы механики материалов и конструкций	Заключительное занятие. Сдача курсовой работы	7,8

Учебное издание

Догадина Татьяна Николаевна
Позняк Елена Викторовна
Хроматов Василий Ефимович
Бесова Анастасия Вячеславовна
Волоховский Василий Юрьевич
Дуйшеналиев Туратбек Болотбекович

**СТАТИЧЕСКИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ
НА ПРОЧНОСТЬ, ЖЕСТКОСТЬ И ВЫНОСЛИВОСТЬ
ЭЛЕМЕНТОВ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Методические указания к курсовому проектированию

Редактор издательства
Компьютерная верстка

Подписано в печать	Печать офсетная	Формат 60x84/16
Физ. печ. л.	Тираж 200 Изд.№	Заказ

Оригинал-макет подготовлен в РИО НИУ «МЭИ».
111250, Москва, Красноказарменная, д.14
Отпечатано в типографии НИУ «МЭИ».
111250, Москва, Красноказарменная, д.13