УТВЕРЖДАЮ:
Зав. кафедрой РМДПМ
И.В.Меркурьев

Программа курса «Механика материалов и конструкций»
для студентов ЭнМИ на 4 семестр 2021/2022 учебного года

1. Расчет статически неопределимых систем, работающих на изгиб по методу сил. Основная система и требования, предъявляемые к ней. Канонические уравнения метода сил. Определение коэффициентов канонических уравнений.

2. Осесимметричная задача теории упругости. Тензор напряжений в цилиндрической системе координат. Уравнение равновесия в напряжениях для элемента цилиндра, нагруженного давлением.

3.. Соотношения для деформаций в окружном и радиальном направлениях для осесимметричной задачи теории упругости. Уравнение равновесия в перемещениях для элемента цилиндра, нагруженного давлением.

4. Интегрирование дифференциального уравнения в перемещениях для элемента цилиндра, нагруженного давлением. Общее решение для перемещений и напряжений. Постановка граничных условий. Формулы Ламэ.

5. Блок-схема определения напряжений и перемещений от центробежных сил в кольцевом вращающемся диске.

6. Напряжения и деформации во вращающемся тонкостенном кольце. Определение напряжений и деформаций в сплошном вращающемся диске.

7.Расчет тонкостенных оболочек по безмоментной теории. Определение окружных и меридиональных напряжений в замкнутых цилиндрических и сферических оболочках. Расчет деформаций.

8. Уравнение Лапласа для произвольных тонкостенных оболочек вращения. Уравнение равновесия для отсеченной части оболочки.

9. Осесимметричная изгибная деформация круговых цилиндрических оболочек. Основные предпосылки и гипотезы. Внутренние силовые факторы. Уравнения равновесия в усилиях.

10.Деформации при осесимметричном изгибе цилиндрических оболочек: нормальный прогиб, относительные продольные и окружные деформации. Соотношения для напряжений.

11.Блок-схема вывода уравнений равновесия в перемещениях при осесимметричной изгибной деформации круговых цилиндрических оболочек. Постановка граничных условий.

12. Частное решение дифференциального уравнения осесимметричной изгибной деформации цилиндрической оболочки, его физический смысл. Решение типа краевого эффекта.

13. Определение продольных и окружных усилий при осесимметричной изгибной деформации круговых цилиндрических оболочек. Определение напряжений от безмоментных усилий и изгибающих моментов.

14. Осесимметричный изгиб круговых пластин. Основные предпосылки и гипотезы. Внутренние силовые факторы. Уравнения равновесия в усилиях.

15. Деформации при осесимметричном изгибе круговых пластин: нормальный прогиб, угол поворота сечения, относительные радиальные и окружные деформации. Соотношения для напряжений.

16. Блок-схема вывода уравнений равновесия в перемещениях при осесимметричном изгибе круговых пластин.

17. Решение для прогибов при осесимметричном изгибе круговых пластин. Постановка граничных условий. Построение решения для сплошной пластины, нагруженной равномерным давлением.

18. Понятие об устойчивых состояниях равновесия систем. Продольный изгиб стержня. Определение критической силы.

19. Вывод формулы Эйлера для критической силы шарнирно опертого стержня.

20. Обобщение формулы Эйлера на различные случаи закрепления стержня.

21. Границы применимости формулы Эйлера. Понятие гибкости стержня. Определение предельной гибкости стержня.

22. Расчет стержней на устойчивость при напряжениях, превышающих их предел пропорциональности. Формула Ф.С. Ясинского. Полная диаграмма зависимости критических напряжений от гибкости стержня.

23. Расчеты на устойчивость по коэффициенту продольного изгиба. Определение допускаемых внешних нагрузок и размеров сечений. Понятие о равноустойчивости и рациональных формах сечений сжатых стержней.

24. Свободные и вынужденные колебания механических систем. Частота и период колебаний. Вывод уравнения собственных колебаний линейного осцилятора. Его решение.

25. Уравнения собственных колебаний систем с конечным числом степеней свободы. Его решение. Частотное уравнение.

26. Определение частот собственных колебаний простейших механических систем с одной и двумя степенями свободы.

27. Вынужденные колебания механических систем с конечным числом степеней свободы. Амплитуды вынужденных колебаний. Динамический коэффициент.

28. Изгибные колебания вращающихся валов с несбалансированными дисками. Понятие о критических скоростях вращающихся валов.

29. Свободные колебания стержней с распределенной массой. Уравнение изгибных колебаний. Граничные условия. Частоты собственных колебаний шарнирно-опертого стержня.

Прикладные вопросы курса

1.Статически неопределимые балки и рамы

1.1. Записать канонические уравнения метода сил для дважды статически-неопределимой балки, пояснить их смысл и показать на схеме коэффициенты уравнений δ_{jk}, Δ_{jP}.

1.2. Записать канонические уравнения метода сил для дважды статически-неопределимой Г-образной рамы, пояснить их смысл и показать на схеме коэффициенты уравнений δ_{jk}, Δ_{jP}.

1.3. Что такое степень статической неопределимости системы (балки, рамы)? Зачем накладывают лишние связи? Привести пример 1 раз статически-неопределимой балки.

1.4. Как определить максимальный прогиб в жестко защемленной с двух сторон балке от сил собственного веса?

1.5. Как определить угол поворота на правом шарнирно-опертом краю балки с жестко защемленном левым краем и нагруженной сосредоточенной силой посередине?

1.6. Портальная рама (П-образная) имеет шарнирно-неподвижные опоры. Как определить максимальные напряжения от сил собственного веса.

1.7. Что такое симметричная статически неопределимая балка, рама; симметричная, кососимметричная нагрузка? Какие основные системы предпочтительнее выбирать для них при раскрытии статической неопределимости? Почему?

1.8. Какова степень статической неопределимости замкнутого плоского контура рамы? Какие внутренние силовые факторы будут равны нулю в сечении контура по оси симметрии при симметричной и кососимметричной нагрузке?

1.9. Какая основная система предпочтительнее при расчете многопролетных статически неопределимых балок? Показать на примере 4 раза статически неопределимой балки и пояснить в чем преимущества расчета.

2.Задача Ламэ, вращающиеся диски

2.1. Определить допускаемое внутреннее давление p в закрытом толстостенном сосуде, нагруженном внутренним давлением при известных размерах сосуда r_1, r_2 и допускаемом напряжении $[\sigma]$.

2.2. Чему равно изменение внутреннего диаметра толстостенной трубы, имеющей радиусы r_1, r_2, нагруженной внутренним давлением p_1 ?

2.3. Чему равно изменение внешнего диаметра толстостенной трубы, имеющей радиусы r_1, r_2, нагруженной равномерным внешним давлением p_2 ?

2.4. Чему равны напряжения в сплошном вращающемся диске, изменение его внешнего диаметра от центробежных сил инерции?

2.5. Чему равны напряжения в тонкостенном вращающемся кольце, изменение его диаметра от центробежных сил инерции?

2.6. Сформулировать граничные условия и привести последовательность решения задачи для вращающегося кольцевого диска, жестко скрепленного с валом.

3.Безмоментная теория оболочек

3.1. Какие линии на поверхности оболочек вращения называют меридианами и параллелями? Какие напряжения возникают в тонкостенных оболочках вращения при действии равномерного внутреннего давления и как они распределены по толщине оболочки?

3.2. Построить эпюры меридиональных и окружных напряжений в тонкостенной цилиндрической оболочке, установленной на жестком основании и заполненной жидкостью. Применить безмоментную теорию.
3.3. Построить эпюры меридиональных и окружных напряжений в тонкостенной цилиндрической оболочке, наполненной жидкостью и закрепленной по верхнему краю.
3.4. Чему равны максимальные меридиональные и окружные напряжения в тонкостенной конической оболочке, наполненной жидкостью и закрепленной по верхнему краю?
3.5. Как определить гидростатическое давление в замкнутой тонкостенной сферической оболочке, заполненной жидкостью, и как оно направлено? Как определить напряжения?
3.6. Тонкостенная оболочка толщиной h в виде усеченного конуса, имеющая объем $V = \frac{\pi H}{3}\left(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2\right)$, заполнена жидкостью плотностью ρ и установлена на жестком основании (r_1 ─ радиус нижнего основания). По безмоментной теории определить напряжения в нижнем сечении основания радиуса r_1 и верхнем сечении радиуса r_2. $(r_1 < r_2)$
3.7. Тонкостенная оболочка толщиной h в виде усеченного конуса, имеющая объем $V = \frac{\pi H}{3}\left(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2\right)$, заполнена жидкостью плотностью ρ и закреплена по верхнему краю. Радиусы нижнего и верхнего основания $(r_1 > r_2)$. По безмоментной теории определить напряжения в нижнем и верхнем сечениях.

4.Изгиб цилиндрических оболочек и круговых пластин

4.1. Что такое краевой эффект при осесимметричной деформации цилиндрической оболочки, длина волны краевого эффекта? Записать решение типа краевого эффекта об изгибе оболочки.
4.2. Пояснить смысл частного решения задачи осесимметричной деформации цилиндрической оболочки, область его применимости.
4.3. Как построить решение для прогибов при осесимметричной деформации короткой цилиндрической оболочки, жестко защемленной по краям, нагруженной равномерным внутренним давлением и нагретой по всей длине на температуру ΔT?
4.4. Чему равны прогиб и изгибающий момент на свободном краю в полубесконечной круговой цилиндрической оболочке, нагруженной равномерным внутренним давлением?
4.5. Как вычислить напряжения от изгибающих моментов в жестко защемленной на одном краю полубесконечной цилиндрической оболочке, нагруженной равномерным внутренним давлением?
4.6. Построить решение об осесимметричной деформации цилиндрической оболочки, заполненной жидкостью и установленной на жестком основании.
4.7. Сравнить максимальный прогиб двух сплошных круговых пластин, нагруженных равномерным давлением; одна ─ шарнирно-опертая, другая ─ жестко защемленная по внешнему краю.

4.8. Чему равны максимальные напряжения при изгибе сплошной круговой пластины, шарнирно-опертой по внешнему краю и нагруженной погонным изгибающим моментом?
4.9. Записать граничные условия для сплошной круговой пластины, жестко-защемленной по внешнему краю и нагруженной сосредоточенной силой P в центре.
4.10. Построить решение об изгибе кольцевой пластины, жестко-защемленной по внутреннему краю, со свободными внешними краями и нагруженной равномерным внешним давлением.

5.Устойчивость

5.1. Что такое продольный изгиб стержня, гибкость стержня? В стержнях какой гибкости может осуществляться продольный изгиб?
5.2. Сравнить гибкость стержня кольцевого поперечного сечения ─ консольного, жестко-защемленного с двух сторон, шарнирно-опертого по краям.
5.3. Как повысить устойчивость сжатого стержня длиной l, квадратного поперечного сечения со стороной b, варьируя условия закрепления краев?
5.4. Чем отличается потеря устойчивости стержней большой и средней гибкости? Как вычислить для них критическую силу?
5.5. В какой из главных плоскостей инерции сжатого стержня с поперечным сечением швеллера будет происходить потеря устойчивости исходной прямолинейной формы равновесия?
5.6. Привести примеры равноустойчивых форм поперечных сечений сжатых стержней.
5.7. Как определить из расчетов на устойчивость по коэффициенту продольного изгиба допускаемое значение внешней силы жестко защемленного по краям стержня с поперечным сечением равнобокого уголка?

6. Колебания

6.1. Дать определение частоты колебаний. Как изменится частота колебаний линейного осциллятора при увеличении его жесткости в два раза ($m = const$), при увеличении его массы в два раза ($c = const$)?
6.2. Дать определение периода колебаний. Как изменится период колебаний линейного осциллятора при увеличении его массы в два раза ($c = const$), при увеличении его жесткости в два раза ($m = const$)?
6.3. Чему равны частоты колебаний плоской Г-образной рамы, имеющей одинаковые длины участков l кругового поперечного сечения жестко закрепленной на нижнем краю и имеющей сосредоточенную массу m на верхнем свободном краю?
6.4. Что такое динамический коэффициент? Как вычислить динамические перемещения и напряжения при вынужденных колебаниях консольной балки длиной l, имеющей на свободном краю массу m с действующей на неё силой $P(t) = P_A \cos \theta t$.
6.5. Чему равна критическая скорость вала длиной l, вращающегося с частотой θ, шарнирно-опертого по краям и имеющего посередине диск массой m?
6.6. Как вычислить критические скорости вращающегося вала, имеющего n сосредоточенных дисков одинаковой массы m?

6.7. Сравнить точное и приближенное значения частот колебаний шарнирно-опертой балки длиной l, имеющей квадратное поперечное сечение со стороной a (плотность материала ρ, модуль упругости E). В качестве приближенной расчетной схемы принять систему с одной степенью свободы с сосредоточенной посередине массой $m = \rho l a^2$.

6.8. Во сколько раз отличаются основные частоты собственных колебаний стержней с распределенной массой шарнирно-опертых и жестко закрепленных по краям?

Экзаменационные задачи

По учебному пособию: Окопный Ю.А., Радин В.П., Хроматов В.Е., Чирков В.П. Механика материалов и конструкций. Сборник задач. М.: Машиностроение, 2004г. № 6.13; 6.21; 9.2; 9.3; 10.3; 10.4; 10.8; 10.9; 10.10; 10.12; 10.13; 10.16; 10.19; 11.13; 11.14

По учебному пособию: Окопный Ю.А., Радин В.П., Хроматов В.Е., Чирков В.П. Механика материалов и конструкций. Основные формулы. Контрольные вопросы и задачи. Основоположники механики. – М.: Издательский дом МЭИ, 2008 г. (стр. 112 –175;№ 1.25; 2.24; 3.24; 4.25; 5.24; 6.24; 7.25; 8.25; 9.25.)

Основные учебные пособия

1.Хроматов В.Е., Новикова О.В. Лекции по сопротивлению материалов в структурно - логических схемах: Учебное пособие. – М.: Издательский дом МЭИ , 2017. – 260 с.

2.Статические и динамические расчеты элементов конструкций в вопросах и задачах: учебное пособие/ В.Е.Хроматов, О.В. Новикова, А.В. Бесова [и др.] – М.: Издательство МЭИ , 2015. – 88 с.

3.Прочность, устойчивость, колебания элементов машиностроительных конструкций: задачник/В.Е.Хроматов, О.В.Новикова, Е.В.Позняк и др.; под ред. В.П.Радина.-М.: Издательство МЭИ, 2019.-88 с.

4.Прочность, устойчивость, колебания элементов машиностроительных конструкций: задачник/В.Е.Хроматов, О.В.Новикова, Е.В.Позняк и др.; под ред. В.П.Радина.-М.: Издательство МЭИ, 2019.-88 с.

Описание шкалы оценивания

Оценка: 5
Описание характеристики выполнения знания: ответ на экзаменационный билет выполнен в рамках "продвинутого" уровня. Ответы даны верно (обучающийся знает определения, владеет терминологией, понимает и свободно излагает теорию во взаимосвязи с различными разделами дисциплины, отвечает на дополнительные вопросы), четко сформулированные особенности практических решений (задача решена верно, решение доведено до конца)

Оценка: 4
Описание характеристики выполнения знания: ответ на экзаменационный билет выполнен в рамках "базового" уровня (студент знает основные определения, владеет терминологией, демонстрирует понимание материала). Большинство ответов даны верно (может допускать незначительные ошибки и неточности. После указания преподавателя на ошибку способен самостоятельно ее исправить). В практической части есть незначительные недостатки (ход решения задачи изложен верно, расчетные формулы записаны правильно, решение доведено до логического конца, в решении допускаются небольшие неточности и ошибки)

Оценка: 3
Описание характеристики выполнения знания: ответ на экзаменационный билет выполнен в рамках "порогового" уровня. Основная часть задания выполнена верно (студент понимает основные определения, владеет терминологией, демонстрирует понимание большей части материала. При ответе на вопросы допускает ошибки, ход решения задачи изложен верно, но расчетные формулы записаны с ошибками и/или решение не доведено до логического конца). Не на все дополнительные вопросы даны верные ответы.

Лектор курса ММиК доцент Т.Н.Догадина

Основные расчетные формулы

1. Осесимметричная задача теории упругости для вращающихся цилиндров и дисков

Решение для перемещений: $u(r) = C_1 r + C_2 \frac{1}{r} - \rho\omega^2 r^3 \frac{(1-\nu^2)}{8E}$.

Решение для напряжений:

$$\sigma_r(r) = \frac{E}{1-\nu^2}\left(C_1(1+\nu) - C_2 \frac{(1-\nu)}{r^2} \right) - \frac{\rho\omega^2 r^2}{8}(3+\nu);$$

$$\sigma_\theta(r) = \frac{E}{1-\nu^2}\left(C_1(1+\nu) + C_2 \frac{(1-\nu)}{r^2} \right) - \frac{\rho\omega^2 r^2}{8}(1+3\nu);$$

C_1, C_2 – постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий.

Частные случаи решения задачи:

1.1. Вращающийся ненагруженный диск с отверстием.

$$u(r) = \frac{(1-\nu^2)}{E}\frac{\rho\omega^2}{8}\left(\frac{(3+\nu)}{(1+\nu)}(r_1^2 + r_2^2) r + \frac{(3+\nu)}{(1-\nu)}\frac{r_1^2 r_2^2}{r} - r^3 \right);$$

$$\sigma_r = \frac{(3+\nu)\rho\omega^2}{8}\left(r_1^2 + r_2^2 - \frac{r_1^2 r_2^2}{r^2} - r^2 \right);$$

$$\sigma_\theta = \frac{(3+\nu)\rho\omega^2}{8}\left(r_1^2 + r_2^2 + \frac{r_1^2 r_2^2}{r^2} - \frac{(1+3\nu)}{(3+\nu)} r^2 \right).$$

1.2. Сплошной вращающийся ненагруженный диск радиуса R.

$$u(r) = \frac{\rho\omega^2(1-\nu^2)}{8E}\left(\frac{(3+\nu)}{(1+\nu)} R^2 r - r^3 \right);$$

$$\sigma_r = \frac{(3+\nu)\rho\omega^2}{8}\left(R^2 - r^2 \right); \qquad \sigma_\theta = \frac{(3+\nu)\rho\omega^2}{8}\left(R^2 - \frac{(1+3\nu)}{(3+\nu)} r^2 \right).$$

1.3. Невращающийся цилиндр, нагруженный наружным и внутренним сжимающим давлением.

$$u(r) = \frac{(1-\nu)}{E}\frac{(p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2)}{(r_2^2 - r_1^2)} r + \frac{(1+\nu)}{E}\frac{(p_1 - p_2) r_1^2 r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2)}\frac{1}{r};$$

$$\sigma_{r,\theta} = \frac{(p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2)}{(r_2^2 - r_1^2)} \mp \frac{(p_1 - p_2) r_1^2 r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2)}\frac{1}{r^2};$$

осевые напряжения для закрытого цилиндра: $\sigma_z = \frac{(p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2)}{(r_2^2 - r_1^2)}$.

1.4. Невращающийся диск с жестким закреплением внутренней поверхности и нагруженный внешним растягивающим давлением p: $\omega = 0$, граничные условия: $u(r_1) = 0$, $\sigma_r(r_2) = p$.

$$u(r) = \frac{(1-\nu^2)}{E}\frac{pr_2^2}{(1+\nu)r_2^2 + (1-\nu)r_1^2}\left(r - \frac{r_1^2}{r}\right);$$

$$\sigma_{r,\theta} = \frac{pr_2^2}{(1+\nu)r_2^2 + (1-\nu)r_1^2}\left((1+\nu) \pm \frac{r_1^2}{r^2}(1-\nu)\right).$$

2. Безмоментная деформация оболочек, содержащих жидкость

2.1. Сегмент сферической оболочки.

$$V_{сег} = \pi z^2\left(R - \frac{z}{3}\right), \qquad \sigma_{m,\theta} = \frac{\gamma R}{2h}\left((H-z) \pm \frac{z(3R-z)}{3(2R-z)}\right).$$

H – приведенная высота столба жидкости: $H = \left(H_0 + \dfrac{p_0}{\gamma}\right)$,

где H_0 – высота столба жидкости, p_0 – избыточное газовое давление.

2.2. Коническая оболочка.

$$\sigma_m = \frac{\gamma z\left(H - \frac{2}{3}z\right)tg\alpha}{2h\cos\alpha}, \qquad \sigma_\theta = \frac{\gamma z\left(H - z\right)tg\alpha}{h\cos\alpha}.$$

H – приведенная высота столба жидкости: $H = \left(H_0 + \dfrac{p_0}{\gamma}\right)$,

где H_0 – высота столба жидкости, p_0 – избыточное газовое давление.

3. Осесимметричная деформация цилиндрической оболочки. Решение типа краевого эффект

$$w(x) = w_0(x) + w_*(x) = C_1 e^{-kx}\cos kx + C_2 e^{-kx}\sin kx + w_*(x),$$

$$k = \left(\frac{Eh}{4DR^2}\right)^{\frac{1}{4}}, \; D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \; w_*(x) = \frac{R^2}{Eh}\left(p(x) - \nu\frac{N_x}{R}\right),$$

$$\phi = \frac{dw}{dx} = \frac{dw_*}{dx} - ke^{-kx}\left((C_1 - C_2)\cos kx + (C_1 + C_2)\sin kx\right),$$

$$M_x = D\frac{d^2w}{dx^2} = D\left(\frac{d^2w_*}{dx^2} + 2k^2e^{-kx}\left(C_1\sin kx - C_2\cos kx\right)\right),$$

$$Q = \frac{dM_x}{dx} = D\frac{d^3w}{dx^3} = D\left(\frac{d^3w_*}{dx^3} + 2k^3e^{-kx}\left((C_1 + C_2)\cos kx - (C_1 - C_2)\sin kx\right)\right),$$

$$M_y = \nu M_x, \; N_y = \nu N_x + \frac{Eh}{R}w(x), \; \sigma_x = \frac{N_x}{h} \pm \frac{6M_x}{h^2}, \; \sigma_y = \frac{N_y}{h} \pm \frac{6M_y}{h^2}.$$

4. Осесимметричный изгиб круговых пластин

$$w(r) = C_1 + C_2 r^2 + C_3 \ln r + C_4 r^2 \ln r + w_*, \qquad w_* = \frac{p_0 r^4}{64D},$$

$$\phi = -\frac{dw}{dr} = -\left(2C_2 r + C_3 \frac{1}{r} + C_4 r(1 + 2\ln r) + \frac{p_0 r^3}{16D} \right);$$

$$M_r = D\left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{\nu}{r}\frac{dw}{dr} \right) =$$

$$= D\left(2C_2(1+\nu) - C_3 \frac{(1-\nu)}{r^2} + C_4\big((3+\nu) + 2(1+\nu)\ln r\big) \right) + \frac{p_0 r^2}{16}(3+\nu);$$

$$M_\theta = D\left(\frac{1}{r}\frac{dw}{dr} + \nu \frac{d^2 w}{dr^2} \right) =$$

$$= D\left(2C_2(1+\nu) + C_3 \frac{(1-\nu)}{r^2} + C_4\big((1+3\nu) + 2(1+\nu)\ln r\big) \right) + \frac{p_0 r^2}{16}(1+3\nu);$$

$$Q = D\left(\frac{d^3 w}{dr^3} + \frac{1}{r}\frac{d^2 w}{dr^2} - \frac{1}{r^2}\frac{dw}{dr} \right) = \left(4C_4 \frac{D}{r} + \frac{p_0 r}{2} \right);$$

$$\sigma_r = \pm \frac{6M_r}{h^2}; \quad \sigma_\theta = \pm \frac{6M_\theta}{h^2}.$$

5.Собственные частоты и формы изгибных колебаний вала

$$\omega_{1,2} = \frac{\Omega}{\sqrt{\dfrac{1+\gamma_{22}}{2} \pm \sqrt{\left(\dfrac{1-\gamma_{22}}{2}\right)^2 + \gamma_{12}\gamma_{21}}}}, \ \Omega = 1/\sqrt{f_{11}m_1}, \ \ \gamma_{jk} = f_{jk}m_k / f_{11}m_1,$$

где f_{jk} – элементы матрицы единичных перемещений