

К РАСЧЕТУ НАСТРОЙКИ ПИД РЕГУЛЯТОРОВ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМУМА СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКОЙ ОШИБКИ

Рассматривается расчет настройки ПИ и ПИД регуляторов по критерию минимума среднеквадратической ошибки управления с учетом обычно существующего на практике ограничения на ее величину. Показано, что в этом случае входные воздействия должны иметь низкочастотный характер, достаточный для использования критерия оптимальности, не требующего знания их корреляционных функций; этот критерий одновременно минимизирует также выбросы управляемой величины.

Как известно, синтез систем автоматического управления (САУ) обычно производится из условия оптимальности, т. е. требуется, чтобы показатель точности функционирования САУ принимал экстремальное значение при некоторых ограничениях, прежде всего ограничении на запас устойчивости.

Между тем, редко обращается внимание на то, что выполнение условия оптимальности не гарантирует еще работоспособности САУ - требуется еще, чтобы экстремальное значение показателя оказалось достаточно малым. Иначе говоря, отклонение управляемой величины, как правило, не должно выходить за некоторые заданные границы.

Это же требование практически касается и САУ, в которых достижение экстремума управляемой величины является главным требованием. Дело в том, что прямое решение такой задачи (так называемое экстремальное регулирование) обычно требует недопустимо большого времени на принятие оперативных решений и приходится идти на применение косвенного неэкстремального управления. Так, максимуму КПД котла соответствует определенное соотношение между подаваемым в котел количеством топлива и воздуха. Поэтому одной из известных схем оптимизации КПД явилась схема косвенного поддержания его на экстремуме с помощью обычной (не экстремальной) следящей системы, получившей название системы «топливо-воздух». В этой системе регулятор контролирует расход воздуха и меняет его в зависимости от расхода топлива. Критерием качества подобного рода следящих систем косвенного регулирования является вовсе не экстремизация управляемых величин. Их целью является изменение управляемых величин в соответствии с изменением задания, причем погрешность не должна выходить за заданные границы.

САУ технологическими объектами практически всегда находятся под влиянием случайных задающих и возмущающих воздействий. Естественно поэтому точность работы САУ оценивать величиной среднеквадратической ошибки (СКО). Дисперсия ошибки управления (квадрат СКО), как известно, определяется интегрированием ее спектральной плотности мощности:

$$d_{\varepsilon} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} G_{\varepsilon}(\omega) d\omega, \quad (1)$$

которая, вычисляется умножением квадрата модуля $A(\omega)$ комплексной частотной характеристики (КЧХ) системы на спектральную плотность мощности входного воздействия $G_x(\omega)$:

$$G_{\varepsilon}(\omega) = A(\omega)^2 G_x(\omega). \quad (2)$$

Спектральная плотность мощности является Фурье-изображением соответствующей корреляционной функции, которая оценивается по реализации случайного процесса длительности T с помощью формулы

$$r_x(\tau) = \frac{1}{T} \int x(t)x(t+\tau)dt; \quad (3)$$

Обычно структура алгоритма функционирования регулятора заранее задается (чаще всего это ПИ или ПИД регулятор), так что задача синтеза оптимальной САУ сводится к поиску численных значений параметров регулятора, при котором дисперсия ошибки минимизируется.

Такая общепринятая процедура синтеза нуждается в уточнении, при ее применении к оптимизации САУ технологическими процессами. Связано это с некоторыми особенностями подобных САУ, среди которых заслуживают внимания следующие:

1. СКО управляемой величины определяет точность функционирования САУ в среднем за достаточно длительное время. Однако реально возможны резкие изменения входных воздействий САУ, когда на первое место в оценке ее работоспособности выходит величина кратковременных выбросов управляемых величин за средний уровень. В публикациях по статистическим методам в теории управления можно встретить неверное утверждение, что знание СКО позволяет оценить и величину указанных выбросов (это можно было бы сделать, если бы управляемая величина была случайной величиной, а не случайным процессом [1]). Поэтому оптимизацию САУ по величине выбросов управляемой величины реально приходится выполнять, ориентируясь на наиболее тяжелую ступенчатую форму реализаций входных воздействий, и используя подходящие косвенные показатели (обычно интегральные). Различие в подходах к минимизации СКО и выбросов заставляет искать методы, способные решить такую двойственную задачу.

2. Объекты управления технологическими процессами являются недетерминированными, т. е. они могут находиться под действием нескольких случайных возмущений, причем среди них могут быть и недоступные для контроля. Отсюда следуют две трудности применения традиционных методов оптимизации. Во-первых, результат синтеза относительного каждого из возмущений может оказаться различным, и возникает вопрос, на каком же из них остановиться. Во-вторых, по каналу действия неконтролируемых возмущений традиционная процедура синтеза оказывается просто неприменимой, так как невозможно измерить реализации этих воздействий и, следовательно, оценить соответствующие корреляционные функции.

3. Переходные процессы по каналам каждого из воздействий будут отличаться друг от друга, в частности, колебательностью. Поэтому запас устойчивости должен определяться независимо от свойств отдельных каналов передачи входных воздействий по характеристикам замкнутого контура САУ. Поиск оптимума должен осуществляться в границах области требуемого запаса устойчивости.

4. Допустимая СКО управления и регулирования должна быть существенно меньше СКО, которая имела бы место при отсутствии всякого, как автоматического, так и ручного управления.

Если признать указанные особенности технологических объектов действительно существующими, то традиционная процедура минимизации СКО по корреляционным функциям входных воздействий окажется неприменимой, поскольку, во-первых, она дает решение только для того конкретного воздействия, которое было принято в расчете (для каждого из остальных будет получено свое решение), во-вторых, она непригодна для неконтролируемых возмущений и, наконец, в-третьих, нет уверенности, что минимизация СКО приведет и к минимизации выбросов.

В [1] было обращено внимание на то, что последнее из перечисленных выше требований к САУ технологическими процессами может быть выполнено только тогда, когда входные воздействия имеют узкий частотный спектр. Это позволяет сформулировать очень простой критерий оптимальной настройки ПИ и ПИД регуляторов:

$$\frac{k_{\Pi}}{T_{\Pi}} \rightarrow \text{макс}, \quad (4)$$

где k_{Π} , T_{Π} - коэффициент передачи и постоянная интегрирования регулятора.

При использовании этого критерия вообще нет необходимости в знании спектральной плотности входного воздействия. Кроме того, ошибка управления минимизируется по всем случайным воздействиям, как контролируемым, так и неконтролируемым. Наконец, минимизируется также линейный интегральный критерий точности при ориентировке расчетов на наиболее тяжелую ступенчатую реализацию случайного воздействия (на минимизацию выбросов). Трудно представить себе более желательный критерий для практики – не говоря уж о его предельной простоте, он минимизирует СКО управляемой величины в нормальных режимах и

одновременно минимизирует ее возможные выбросы при резких изменениях задающего воздействия и возмущений, причем всех возмущений, как контролируемых, так и неконтролируемых. Тем не менее, имеют место сомнения в целесообразности применения указанного критерия, как для оценки максимальных выбросов, так и для оценки величины СКО.

Сомнения в допустимости использовании указанного критерия для оценки выбросов обычно базируется на том, что он минимизирует линейный интегральный критерий, который, как известно, не может применяться к колебательным процессам. Это сомнение легко опровергается, поскольку поиск оптимума ищется в области с достаточно сильным запасом устойчивости. Однако сомнения относительно его применимости для минимизации СКО не лишены основания, поскольку не доказано, что для выполнения требования к обычно требуемой точности функционирования реальных САУ спектр входных воздействий должен быть настолько узким, что оказывается применимым критерий (4).

Целью настоящего доклада и является внесение большей ясности в этот вопрос. В основу анализа положены результаты оптимизации настройки регулятора температуры пара котла. Передаточная функция объекта, полученная соответствующей обработкой экспериментальной переходной характеристики, имеет следующий вид:

$$W_o(s) = \frac{0,45}{(1,9s+1)^3} \exp(-0,52s), \text{ } \text{град}/\% \text{ВП} \quad (5)$$

(постоянная времени и запаздывание выражено в минутах, управляемая величина в градусах, входное регулирующее воздействие изменением расхода воды на впрыск – в процентах указателя положения).

В САУ входным воздействием может быть либо изменение задающего воздействия, либо какое-либо из возмущений.

В первом случае относительная ошибка определяется отношением среднеквадратического значения σ_ε ошибки $\varepsilon(t)$ к среднеквадратическому значению σ_x задающего воздействия $x(t)$:

$$\delta_{\text{нп}} = \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_x}. \quad (6)$$

В [1] это отношение было названо *показателем технологической работоспособности* САУ. Величина этого показателя по самому смыслу задачи управления должна быть достаточно малой (во всяком случае, соизмеримой с погрешностью штатного измерительного прибора, контролирующего $\varepsilon(t)$).

За неимением ведений корреляционной функции задающего воздействия расчет оптимума настройки ПИ регулятора произведен по критерию (4) (в дальнейшем будет произведена оценка возможности применения такого критерия) при ограничении на частотный показатель коле-

бательности $M = 1,55$. Результат оказался следующим: $k_n = 1,95 \text{ } \text{град}/\% \text{ВП}$; $T_n = 3,02 \text{ мин}$; резонансная частота $\omega_{\text{рез}} = 0,348 \text{ мин}^{-1}$.

Потребуем, чтобы относительное значение СКО воспроизведения задающего воздействия (5) не превышало величины 5 %. Структуру корреляционную функцию задающего воздействия в соответствии с рекомендациями [2] выберем в виде:

$$r(\tau) = \sigma^2 \left[\frac{4}{3} \exp(-\alpha|\tau|) - \frac{1}{3} \exp(-4\alpha|\tau|) \right] \quad (7)$$

причем значение параметра α выберем так, чтобы выполнялось указанное требование к относительному значению СКО управления. Для этого следует перейти к спектральной плотности мощности:

$$G_u(\omega) = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{4}{3} \frac{1}{\alpha + j\omega} - \frac{1}{3} \frac{1}{4\alpha + j\omega} \right], \quad (8)$$

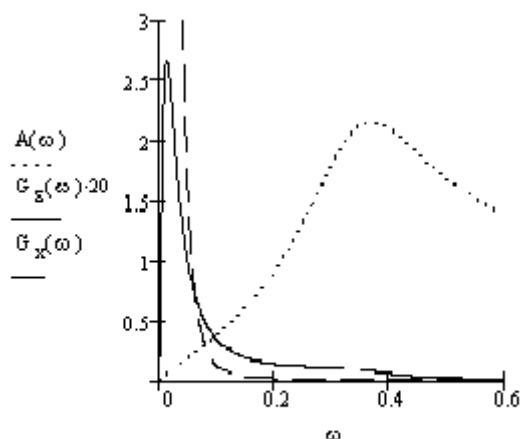


Рис. 1

и воспользоваться формулами (1) и (2). Такой расчет достаточно просто выполняется с помощью, например, математического пакета Mathcad. Сформулированное выше требование к относительной СКО управления выполняется при $\alpha = 0,007 \text{ мин}^{-1}$. На рис. 1 показаны результирующие графики: пунктиром - модуля КЧХ САУ, штрихами - спектральной плотности задающего воздействия, сплошной линией - спектральной плотности ошибки управления, увеличенной в 20 раз. Из этих графиков следует, что спектральная плотность мощности задающего воздействия занимает весьма узкий низкочастотный диапазон, там, где график модуля КЧХ системы практически не отличается от прямой. Как известно, коэффи-

циент наклона этой прямой равен $\frac{T_n}{k_n}$, т. е. оптимизация настройки по критерию (4) дает прак-

тически тот же результат, что и оптимизация традиционным способом с предварительной оценкой корреляционной функции задающего воздействия и использованием формул (1), (2). Объективное доказательство низкочастотного характера задающего воздействия состоит также в том, что значение спектральной плотности мощности этого воздействия при частоте резонанса системы составляет 2,6 миллионных долей ее значения при нулевой частоте.

Подобным же образом решается задача применимости критерия (4) для выбора настройки регулятора для минимизации СКО регулируемой величины при действии возмущений. В этом случае относительное значение СКО определяется формулой:

$$\delta_{\text{рег}} = \frac{\sigma_y}{\sigma_k} \quad (9)$$

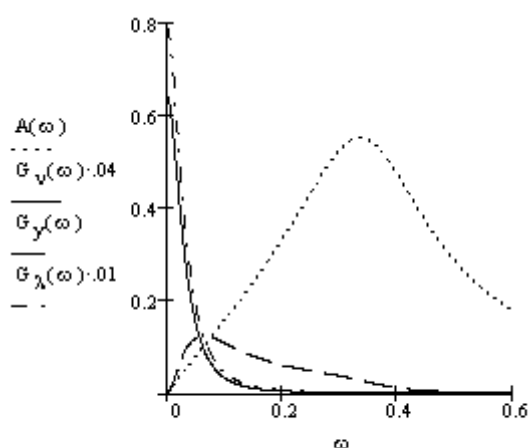


Рис. 2

Здесь σ_v - СКО регулируемой величины при отсутствии регулирования как автоматического, так и ручного. Задать значение этой СКО из наблюдения за действующей системой практически невозможно, так как для получения реализации $v(t)$ следует оставить объект без регулирования на время, исчисляемое для объектов типа энергоблоков ТЭС сутками и десятками суток (к этому вопросу мы еще возвратимся ниже). Тем не менее, здравый смысл подсказывает, что ее значение выйдет далеко за пределы допустимого. В этой связи рассмотрим пример прежней САУ но при действии возмущения $\lambda(t)$, приложенного со стороны регулирующего органа. Точность работы системы будем считать приемлемой, если относи-

тельное значение СКО (9) равно 0,2 (т. т. включение регулятора всего в пять раз уменьшает СКО). В этом случае параметр α корреляционной функции возмущения должен быть не превышать величины $\alpha = 0,031 \text{ мин}^{-1}$. На рис. 2 показаны графики: модуля КЧХ системы (пунктир), спектральных плотностей мощности возмущения (штрих-пунктир), приведенного к выходу возмущения (штрихи), отклонения управляемой величины (сплошная линия). Как и

прежде, взаимное расположение графиков спектральных плотностей возмущения и модуля КЧХ системы свидетельствует о возможности и целесообразности применения критерия (4).

Аналогичные выводы могут быть сделаны и относительно САУ с ПИД регулятором. Его оптимальные параметры настройки были выбраны по критерию (4) с помощью метода, приведенного в [1, 3], $k_n = 7,6 \text{ \%УП/град}$; $T_u = 2,39 \text{ мин}$; $T_o = 1,88 \text{ мин}$ (T_o - постоянная времени дифференцирования). Принятая выше точность отработки задания здесь может быть достигнута, если $\alpha \leq 0,0245 \text{ мин}^{-1}$, что существенно больше соответствующего значения для системы с ПИ регулятором ($\alpha \leq 0,007 \text{ мин}^{-1}$). Результаты расчетов показаны на рис. 3 (обозначения графиков такое же, как и на рис. 1), из которых следует, что спектральная плотность мощности задающего воздействия по-прежнему занимает полосу частот, где график модуля КЧХ системы практически не отличается от прямой, т. е. использование критерия (4) вполне допустимо. Эффект перехода от ПИ к ПИД регулятору проявился в том, что требуемая точность управления может быть достигнута при значительно более высокочастотном входном воздействии (допустимое значение α увеличилось в 3,5 раза).

Выше уже подчеркивалось, что расчеты по критерию (4) не требуют знания корреляционных функций входных воздействий. Представляет однако, интерес, какой должна была бы быть длина реализации, необходимая для оценки корреляционной функции входного воздействия с заданной относительной ошибкой, если бы расчет выполнялся традиционным методом.

В пособиях по применению статистических методов [2] приводится следующая формула, которая связывает величину дисперсии оценки корреляционной функции с длительностью наблюдения T :

$$d_r(\tau) = \frac{2}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\xi}{T}\right) [r_\lambda^2(\xi) + r_\lambda(\xi + \tau) r_\lambda(\xi - \tau)] d\xi. \quad (10)$$

причем дисперсия оценки будет наибольшей при $\tau = 0$:

$$d_d = \frac{4}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\xi}{T}\right) [r_\lambda^2(\xi)] d\xi \quad (11)$$

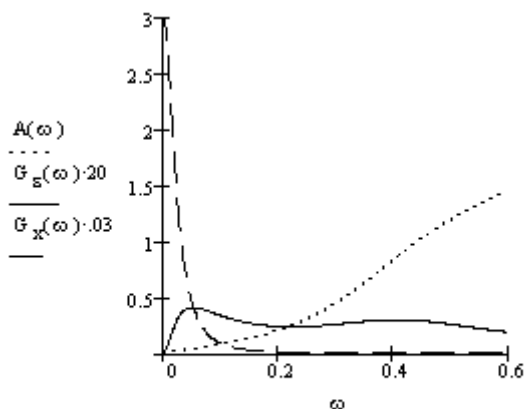


Рис. 3

Из этой формулы следует, что если потребовать, чтобы оценка рассматриваемой корреляционной функции (7) была получена со СКО, не превышающей 5%, то длительность реализации задающего воздействия для системы с ПИ регулятором должна быть не меньше 3,7 месяцев, а длительность реализации рассмотренного в примере возмущения должна быть не меньше одного месяца (точнее 25,7 суток). Для системы с ПИД регулятором реализация задающего воздействия, необходимая для оценки корреляционной функции уменьшается с 3,7 месяцев до одного месяца (точнее до 32,6 суток). Как видим, необходимая длительность реализаций во всех рассмотренных

примерах оказалась настолько большой, что представляется практически невозможной их получение на не автоматизированном объекте.

Здесь необходимо сделать одно предостережение. В технологических объектах случайные возмущения формируются под действием нескольких факторов; в результате может оказаться, что реализация возмущения стационарного объекта имеет характер медленно меняющегося процесса, на который наложена значительно более быстрая компонента. Так, например, при оценке характеристик случайных процессов, связанных с изменением нагрузки энергоблока

электростанции, в их реализациях проявляется два фактора, влияющих на их вид: медленно меняющийся фактор изменения суточной нагрузки энергосистемы и относительно быстротекущие факторы, обусловленные локальными возмущениями в собственно энергоблоке, в частности случайные колебания качества топлива. В результате, если рассмотреть реализацию нагрузки энергоблока на интервале времени, меньшем суток, то создается впечатление о ее нестационарности, что она колеблется вокруг меняющегося во времени математического ожидания. В пособиях по методам оценок корреляционных функций предлагается в этом случае применять так называемую операцию «центрирования». Подобная операция выделяет «быструю» составляющую, устраняя из дальнейшего рассмотрения медленно меняющееся. Для выполнения такой операции разработан целый ряд алгоритмов центрирования (экспоненциального сглаживания, скользящего среднего и т. п.). Но поскольку выбор этих алгоритмов производится вне связи с решаемой с помощью корреляционных функций задачей (пренебрегается системный подход), а только исходя из удобства получения оценки корреляционной функции, от их применения следует отказаться. Так например, можно встретить публикации, в которых на основании применения подобного центрирования реализаций возмущений делаются выводы о целесообразности замены ПИ регулятора на П. регулятор. Естественно, что такие выводы являются следствием устранения из расчетов медленно меняющейся компоненты возмущения, наличие которой в реальности собственно и определяет необходимость ввода в алгоритм управления интеграла от отклонения регулируемой величины (для устранения остаточной неравномерности регулирования).

ВЫВОДЫ

1. При оптимизации параметров САУ следует учитывать необходимость получения относительно высокой точности управления. Указанное требование может быть выполнено только тогда, когда входные задающие и возмущающие воздействия имеют низкочастотный характер, позволяющий производить расчеты, ориентируясь на критерий оптимальности (4). Расчеты по этому критерию не требуют знания корреляционных функций входных воздействий. Кроме того, его применение позволяет минимизировать не только СКО, но и величину выбросов управляемой величины за средний уровень, причем одновременно по всем входным воздействиям САУ.

2. Низкочастотный характер воздействий требует для оценки их корреляционных функций весьма большого времени наблюдения. Для САУ технологическими процессами это время может исчисляться сутками и даже месяцами. Для сокращения времени наблюдения недопустимо производить центрирование реализаций, без учета характеристик регулятора.

3. Недетерминированный характер технологических объектов управления не позволяет оценить статистические характеристики всех возмущений, так как среди них могут быть недоступные для контроля.

4. Окончательное определение приемлемости полученного решения как обычно [1] следует отложить на стадию ввода САУ в действие с использованием специальных алгоритмов адаптации. По окончании процедуры адаптации, производится оценка СКО управляемой величины в режиме ее нормального функционирования; эта операция не должна встретить каких-либо затруднений, так как реализация центрируется самой системой, а длительность наблюдения в условиях нормальной эксплуатации практически не лимитируется. Если значение СКО окажется приемлемым, синтез САУ следует считать окончанным. В противном случае следует перейти к поиску более эффективной информационной структуры связи объекта с регулятором (например, применением схем со вспомогательными регулируемыми величинами). Попытки улучшить точность САУ путем оценки корреляционных функций входных воздействий и выполнения расчетов традиционным методом, скорее всего не приведут к успеху.

5. Сделанные выводы не отвергают возможности расчетов САУ по критерию минимума СКО традиционным методом. Следует только в каждом конкретном случае специально обосновывать возможность и целесообразность его применения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ротач В.Я. Теория автоматического управления теплоэнергетическими процессами. М.: Энергоатомиздат. 1985.
2. Ицкович Э.Л. Статистические методы при автоматизации производства. М.: Энергия. 1964.
3. Ротач В.Я. Расчет настройки реальных ПИД регуляторов // Теплоэнергетика. 1993. № 10. С. 26-30.